

Elbląg, 2 VI 2025

- Liczba **wariacji k -elementowych** ze zbioru L_n , czyli k -elementowych **ciągów** złożonych z **różnych** elementów zbioru L_n , wynosi $\binom{n}{k} \cdot k! = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Liczba **permutacji** zbioru L_n , czyli wariacji n -elementowych wynosi $n!$.
- Liczba **kombinacji k -elementowych** ze zbioru L_n , czyli k -elementowych **podzbiorów** zbioru L_n , wynosi $\binom{n}{k}$.
- Liczba wszystkich **podzbiorów** zbioru L_n wynosi $2^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$.

Wyznaczyć liczbę takich podzbiorów X zbioru $L_n = \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$, że

- X zawiera dokładnie 3 liczby parzyste;
- X zawiera nie więcej niż 3 liczby parzyste;
- X zawiera więcej niż 3 liczby parzyste.

A grid diagram illustrating the construction of a Young diagram. The horizontal axis is labeled n and the vertical axis is labeled k . The grid has major lines at intervals of 1 unit. A red staircase path starts at $(0,0)$ and goes up to (n,n) . A green path starts at $(0,0)$ and goes up to $(2,2)$, then continues horizontally to $(n,2)$. The area between the red path and the green path is shaded gray.

Takie drogi mają oczywiście długość $n+k$ i muszą iść tylko w górę i w prawo; nie mogą się cofać.

Zadanie 3:

Ile jest

- (a) naturalnoliczbowych rozwiązań równania

$$x_0 + x_1 + x_2 + \dots + x_k = n \quad ?$$

- (b) rozkładów n kul w $k + 1$ pudełkach?

Wskazówka: skorzystać z rozwiązania zad. 2.

Zadanie 4:

Na ile sposobów można włożyć

- (a) 20 identycznych kul do 4 pudełek?
(b) 20 identycznych ulotek do 10 skrzynek tak, żeby w każdej znalazł się przynajmniej jeden list?
(c) 20 identycznych kul do 4 pudełek tak, żeby w każdym znalazły się co najmniej 3 kule?
-

Zadanie 5 (epidemiczne):

Na ile sposobów można rozsadzić k osób na n krzesłach, żeby żadne dwie osoby nie zajmowały sąsiednich krzeseł?

Zadanie 6:

W ilu liczbach ze zbioru $\{1, 2, \dots, 999\}$ suma cyfr jest równa 20?

Zadanie 7:

Na ile sposobów można gotówką wypłacić 50 zł, mając do dyspozycji banknoty 20-złotowe, 10-złotowe oraz monety 5-złotowe, 2-złotowe i 1-złotowe?
