

Grafy

Stefan Sokołowski

Elbląg, 9 VI 2025

Zadanie 1:

Nieizomorficznych grafów o 5 wierzchołkach jest

$$\ell_5 = 34$$

Proszę narysować przynajmniej 15 z nich (im więcej, tym lepiej...). Proszę zadbać o uzasadnienie, że one istotnie są nieizomorficzne.

Zadanie 2:

Proszę narysować jak najwięcej **nieizomorficznych** grafów **regularnych** (czyli takich, których wierzchołki mają ten sam stopień) o 6 wierzchołkach.

Zadanie 3:

Proszę narysować jak najwięcej **nieizomorficznych** grafów **dwudzielnych** o 6 wierzchołkach i 4 krawędziach.

Zadanie 4:

Proszę narysować graf $G = \langle V, E \rangle$, gdzie

A:

$$\begin{aligned} V &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \\ E &= \left\{ \{v, u\} \mid v = 2 \cdot u \vee u = 2 \cdot v \right\} \end{aligned}$$

B:

$$\begin{aligned} V &= \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \\ E &= \left\{ \{v, u\} \mid v \neq u \wedge (u \mid v \vee v \mid u) \right\} \end{aligned}$$

Dla każdego z tych grafów proszę

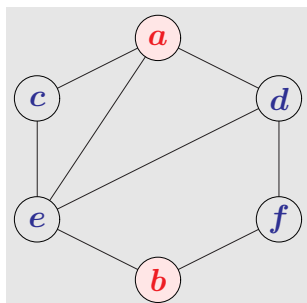
1. ustalić, czy jest dwudzielny,
2. ustalić, czy jest spójny, oraz
3. wyznaczyć stopnie wszystkich wierzchołków:

v	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$d_G(v)$												

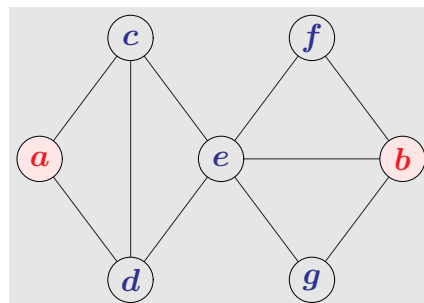
Zadanie 5:

Wypisać wszystkie drogi **proste** (czyli bez powtórzenia tych samych krawędzi) prowadzące z wierzchołka **a** do wierzchołka **b** w poniższych grafach:

A:



B:



Zadanie 6:

Wypisać wszystkie cykle w grafach z zadania 5.

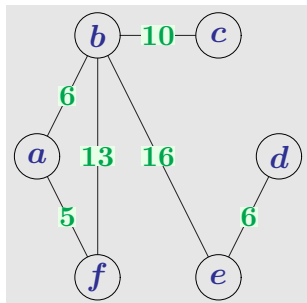
Zadanie 7:

Przedstawić reprezentację

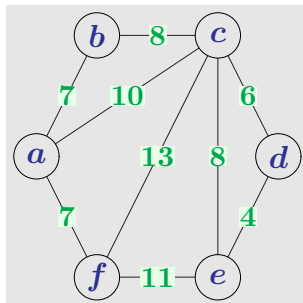
- przez macierz sąsiedztwa, oraz
- przez listy sąsiedztw

następujących grafów:

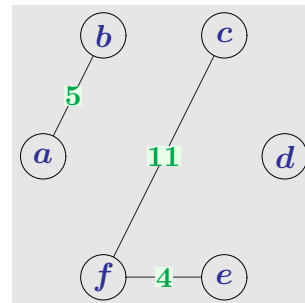
A:



B:



C:



Macierz sąsiedztwa to kwadratowa macierz M , indeksowana zarówno poziomo jak pionowo wierzchołkami grafu; w której pozycja M_{ij} jest

- albo niewypełniona — jeśli w grafie nie ma krawędzi od wierzchołka i do wierzchołka j ;
- albo wypełniona liczbą — ta liczba oznacza etykietę na istniejącej w grafie krawędzi od wierzchołka i do wierzchołka j ; etykieta może oznaczać np. długość krawędzi.

Tablica list sąsiedztwa to jednowymiarowa tablica T indeksowana wierzchołkami grafu; w której na pozycji T_i stoi lista wierzchołków, do których z i prowadzi krawędź; ew. wraz z etykietą tej krawędzi.

Zadanie 8:

Narysować graf **skierowany** $G = (V, E)$, gdzie

$$V = \{2, 3, \dots, 15\} \quad \text{i}$$

$$E = \{ \overrightarrow{ab} \mid a \neq b \text{ oraz } a \mid b \text{ oraz } b/a \text{ jest liczbą pierwszą} \}$$

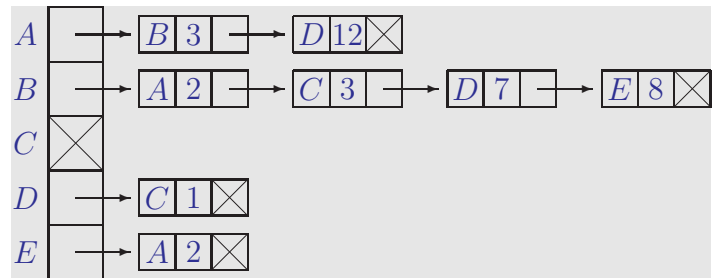
Zadanie 9:

Grafy skierowane o poniższej reprezentacji narysować i przedstawić przy pomocy tej drugiej reprezentacji:

(a)

	A	B	C	D	E
A		5		10	
B					6
C	4			7	
D					
E		1		3	

(b)

**Zadanie 10:**

Wyznaczyć wszystkie grafy nieskierowane o 2, 3, 4 wierzchołkach.

Zadanie 11:

Ile krawędzi ma nieskierowany graf pełny K_n ?