

Stefan Sokołowski

JĘZYKI FORMALNE I METODY KOMPILACJI

wykład 1

Inst. Informatyki Stosowanej, ANS

Elbląg, 2025/2026

Języki formalne

JĘZYK ŹRÓDŁOWY
(wysokiego poziomu)

KOMPILATOR

JĘZYK DOCEŁOWY
(wewnętrzny)

Języki formalne

JĘZYK ŹRÓDŁOWY
(wysokiego poziomu)

KOMPILATOR

JĘZYK DOCEŁOWY
(wewnętrzny)

Kompilator musi „znać” oba języki...

Języki formalne

JĘZYK ŹRÓDŁOWY
(wysokiego poziomu)

KOMPILATOR

JĘZYK DOCELOWY
(wewnętrzny)

Kompilator musi „znać” oba języki...

Jak program komputerowy nauczyć języka?

Najpierw trzeba ten język ściśle **zdefiniować**.

Języki formalne

JĘZYK ŹRÓDŁOWY
(wysokiego poziomu)

KOMPILATOR

JĘZYK DOCELOWY
(wewnętrzny)

Kompilator musi „znać” oba języki...

Jak program komputerowy nauczyć języka?

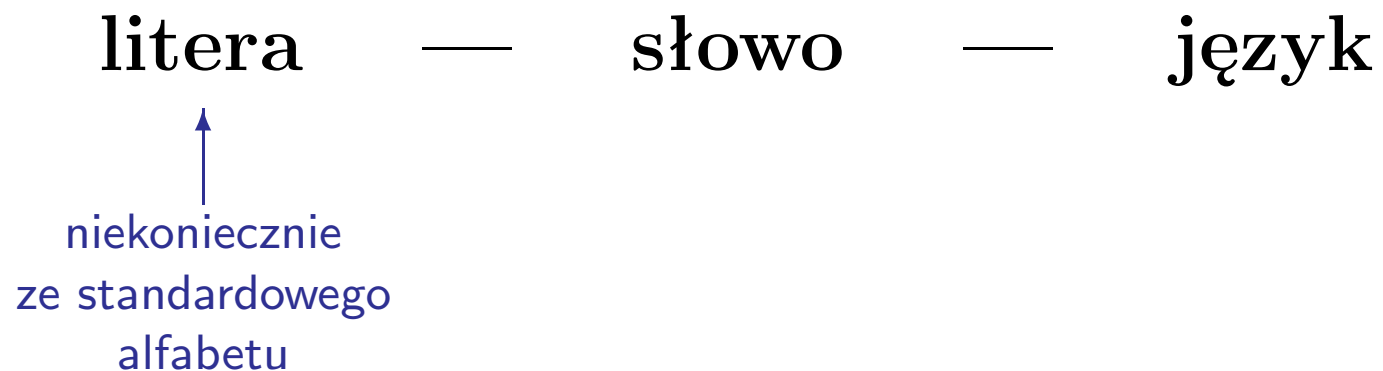
Najpierw trzeba ten język ściśle **zdefiniować**.

Języki formalne mają u podstaw sposoby ścisłego definiowania języków.

Języki formalne

litera — słowo — język

Języki formalne



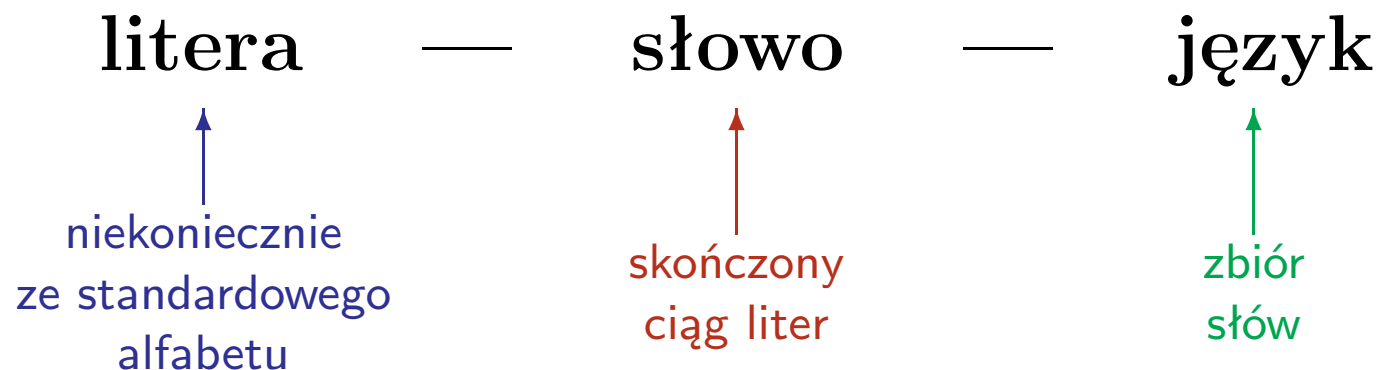
Języki formalne



Języki formalne



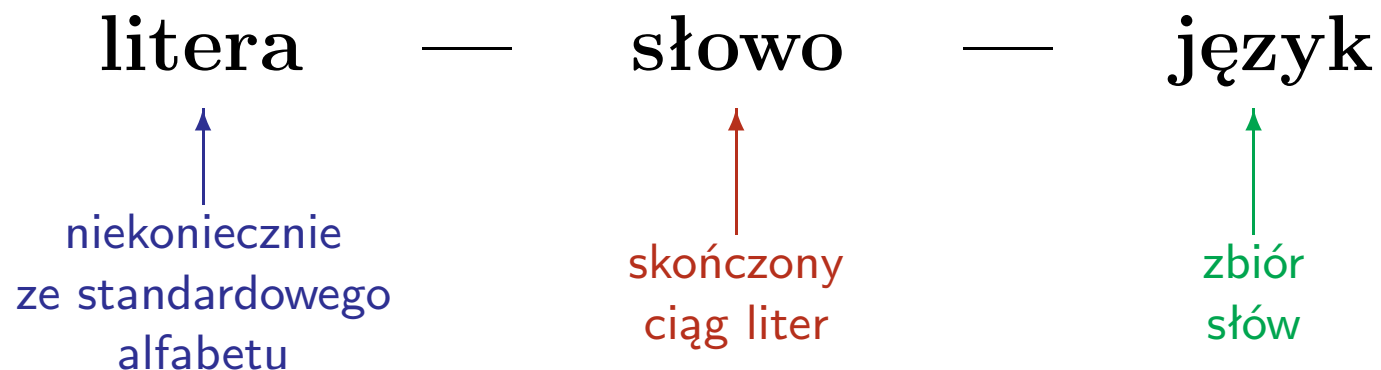
Języki formalne



PRZYKŁAD:

A l a m a k o t a .

Języki formalne



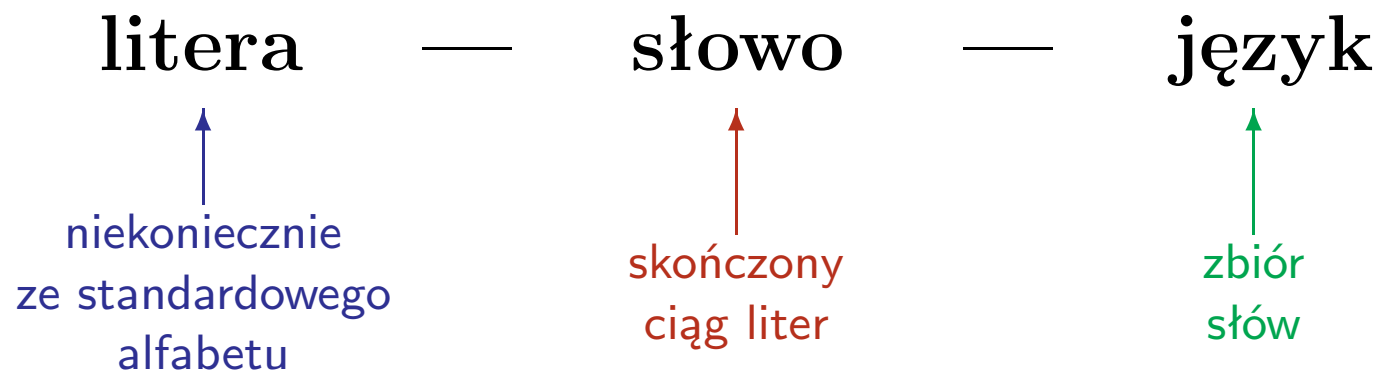
PRZYKŁAD:

A l a m a k o t a .

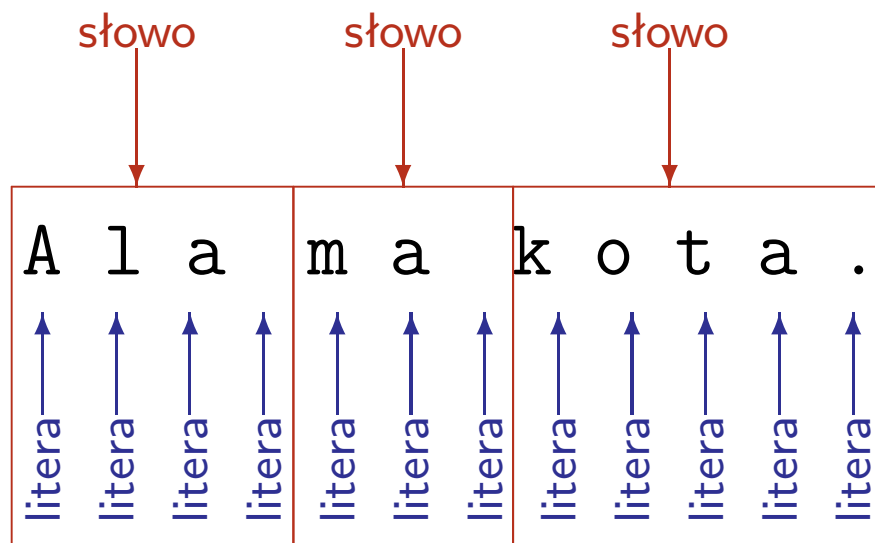
↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑

litera litera litera litera litera litera litera litera litera litera litera

Języki formalne



PRZYKŁAD:



Języki formalne

PRZYKŁADY:



Języki formalne

PRZYKŁADY:



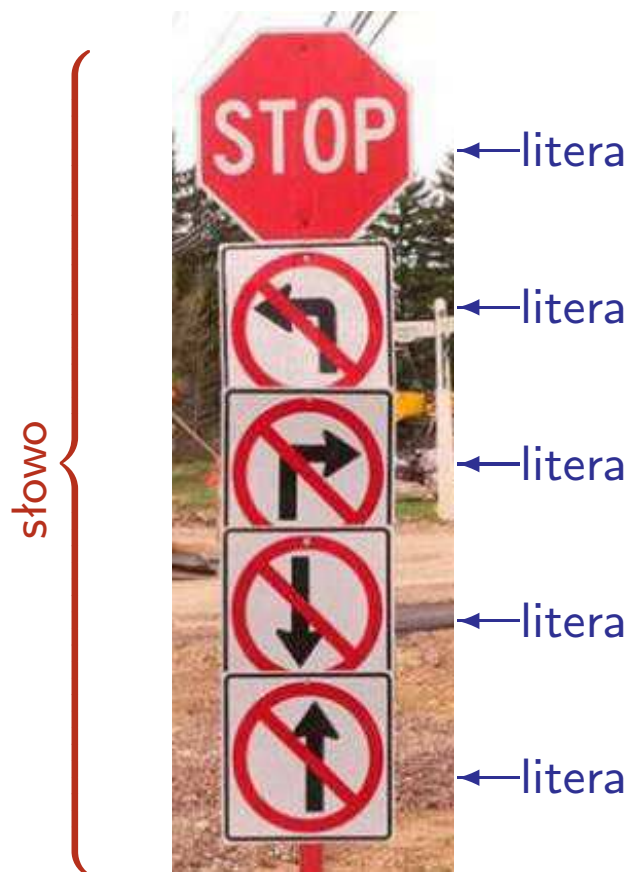
Języki formalne

PRZYKŁADY:



Języki formalne

PRZYKŁADY:

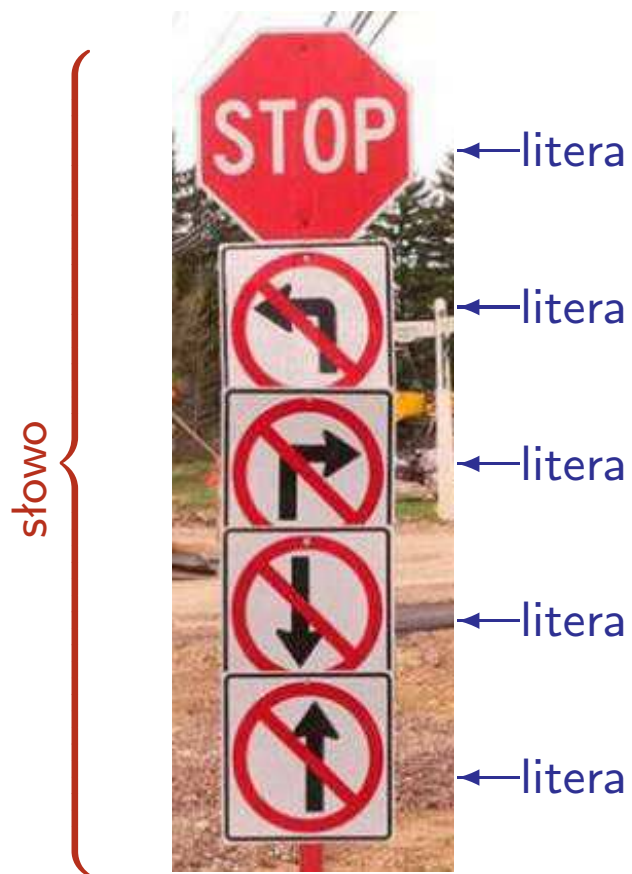


```
class Test {  
    public static void main  
        ( String [ ] args ) {  
        System . out . println  
            ( "To tylko test." ) ;  
    }  
}
```

Języki formalne

PRZYKŁADY:

Przykłady:



litera:

```
class Test {
    public static void main
        ( String [ ] args ) {
        System . out . println
            ( "To tylko test." ) ;
    }
}
```

Proste języki formalne (przykłady)

$\{a, aback, abandon, abase, \dots, zoom\}$

— język (skończony) składający się ze słów języka angielskiego

Proste języki formalne (przykłady)

$\{a, aback, abandon, abase, \dots, zoom\}$

— język (skończony) składający się ze słów języka angielskiego

$\{0, 1, 10, 11, 100, 101, \dots\}$

— język (nieskończony) składający się z liczb binarnych

Proste języki formalne (przykłady)

$\{a, aback, abandon, abase, \dots, zoom\}$

— język (skończony) składający się ze słów języka angielskiego

$\{0, 1, 10, 11, 100, 101, \dots\}$

— język (nieskończony) składający się z liczb binarnych

$\{a^n b^n \mid n \geq 0\} = \{\lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$

Proste języki formalne (przykłady)

$\{a, aback, abandon, abase, \dots, zoom\}$

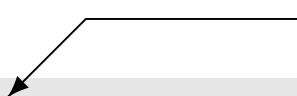
— język (skończony) składający się ze słów języka angielskiego

$\{0, 1, 10, 11, 100, 101, \dots\}$

— język (nieskończony) składający się z liczb binarnych

$\{a^n b^n \mid n \geq 0\} = \{\lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$

puste



Proste języki formalne (przykłady)

$\{a, aback, abandon, abase, \dots, zoom\}$

— język (skończony) składający się ze słów języka angielskiego

$\{0, 1, 10, 11, 100, 101, \dots\}$

— język (nieskończony) składający się z liczb binarnych

$\{a^n b^n \mid n \geq 0\} = \{\lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$

puste (to nie jest litera!)

Proste języki formalne (przykłady)

$\{a, aback, abandon, abase, \dots, zoom\}$

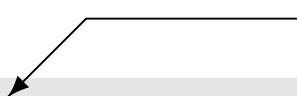
— język (**skończony**) składający się ze słów języka angielskiego

$\{0, 1, 10, 11, 100, 101, \dots\}$

— język (**nieskończony**) składający się z liczb binarnych

$\{a^n b^n \mid n \geq 0\} = \{\lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$

puste (**to nie jest litera!**)



— język (**nieskończony**) składający się z takich słów, w których

- występują tylko litery a i b

Proste języki formalne (przykłady)

$\{a, aback, abandon, abase, \dots, zoom\}$

— język (**skończony**) składający się ze słów języka angielskiego

$\{0, 1, 10, 11, 100, 101, \dots\}$

— język (**nieskończony**) składający się z liczb binarnych

$\{a^n b^n \mid n \geq 0\} = \{\lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$

puste (**to nie jest litera!**)

— język (**nieskończony**) składający się z takich słów, w których

- występują tylko litery a i b ,
- liczba liter a jest równa liczbie liter b

Proste języki formalne (przykłady)

$\{a, aback, abandon, abase, \dots, zoom\}$

— język (skończony) składający się ze słów języka angielskiego

$\{0, 1, 10, 11, 100, 101, \dots\}$

— język (nieskończony) składający się z liczb binarnych

$\{a^n b^n \mid n \geq 0\} = \{\lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$

puste (to nie jest litera!)

— język (nieskończony) składający się z takich słów, w których

- występują tylko litery a i b ,
- liczba liter a jest równa liczbie liter b ,
- wszystkie litery a poprzedzają wszystkie litery b .

Języki formalne

DEFINICJE:

Σ — skończony niepusty *alfabet*, czyli zbiór tzw. *liter*

Języki formalne

DEFINICJE:

Σ — skończony niepusty *alfabet*, czyli zbiór tzw. *liter*

słowo — dowolny ciąg skończonej długości o elementach z Σ

Języki formalne

DEFINICJE:

Σ — skończony niepusty *alfabet*, czyli zbiór tzw. *liter*

słowo — dowolny ciąg skończonej długości o elementach z Σ

Σ^* — zbiór **wszystkich** słów

Języki formalne

DEFINICJE:

Σ — skończony niepusty *alfabet*, czyli zbiór tzw. *liter*

słowo — dowolny ciąg skończonej długości o elementach z Σ

Σ^* — zbiór **wszystkich** słów

język — dowolny zbiór słów $L \subseteq \Sigma^*$

Języki formalne

DEFINICJE:

Σ — skończony niepusty *alfabet*, czyli zbiór tzw. *liter*

słowo — dowolny ciąg skończonej długości o elementach z Σ

Σ^* — zbiór **wszystkich** słów

język — dowolny zbiór słów $L \subseteq \Sigma^*$

PRZYKŁAD: nie mylić! —

λ — słowo *puste* (ciąg liter o długości 0)

Uwaga: to nie jest litera!

Języki formalne

DEFINICJE:

Σ — skończony niepusty *alfabet*, czyli zbiór tzw. *liter*

słowo — dowolny ciąg skończonej długości o elementach z Σ

Σ^* — zbiór **wszystkich** słów

język — dowolny zbiór słów $L \subseteq \Sigma^*$

PRZYKŁAD: nie mylić! —

λ — słowo *puste* (ciąg liter o długości 0)

$\emptyset \stackrel{\text{def}}{=} \{ \}$ — język pusty (nie zawierający żadnego słowa)

Uwaga: to nie jest litera!

Języki formalne

DEFINICJE:

Σ — skończony niepusty *alfabet*, czyli zbiór tzw. *liter*

słowo — dowolny ciąg skończonej długości o elementach z Σ

Σ^* — zbiór **wszystkich** słów

język — dowolny zbiór słów $L \subseteq \Sigma^*$

PRZYKŁAD: nie mylić! —

λ — słowo *puste* (ciąg liter o długości 0)

Uwaga: to nie jest litera!

$\emptyset \stackrel{\text{def}}{=} \{ \}$ — język pusty (nie zawierający żadnego słowa)

$\Lambda \stackrel{\text{def}}{=} \{ \lambda \}$ — język zawierający wyłącznie słowo puste

Języki formalne

DEFINICJE:

Σ — skończony niepusty *alfabet*, czyli zbiór tzw. *liter*

słowo — dowolny ciąg skończonej długości o elementach z Σ

Σ^* — zbiór **wszystkich** słów

język — dowolny zbiór słów $L \subseteq \Sigma^*$

PRZYKŁAD: nie mylić! —

λ — słowo *puste* (ciąg liter o długości 0)

Uwaga: to nie jest litera!

$\emptyset \stackrel{\text{def}}{=} \{ \}$ — język pusty (nie zawierający żadnego słowa)

$\Lambda \stackrel{\text{def}}{=} \{ \lambda \}$ — język zawierający wyłącznie słowo puste

PRZYKŁAD:

$1(*2 - 1)(1 - (2 - *1))()$ — słowo nad alfabetem $\Sigma \stackrel{\text{def}}{=} \{ (,), -, *, 1, 2 \}$

Języki formalne

DEFINICJE:

Σ — skończony niepusty *alfabet*, czyli zbiór tzw. *liter*

słowo — dowolny ciąg skończonej długości o elementach z Σ

Σ^* — zbiór **wszystkich** słów

język — dowolny zbiór słów $L \subseteq \Sigma^*$

PRZYKŁAD: nie mylić! —

λ — słowo *puste* (ciąg liter o długości 0)

Uwaga: to nie jest litera!

$\emptyset \stackrel{\text{def}}{=} \{ \}$ — język pusty (nie zawierający żadnego słowa)

$\Lambda \stackrel{\text{def}}{=} \{ \lambda \}$ — język zawierający wyłącznie słowo puste

PRZYKŁAD:

$1(*2 - 1)(1 - (2 - *1))()$ — słowo nad alfabetem $\Sigma \stackrel{\text{def}}{=} \{ (,), -, *, 1, 2 \}$

$\{ \lambda, a, b, ab, ba \}$ — język nad alfabetem $\Sigma \stackrel{\text{def}}{=} \{ a, b \}$ zawierający pięć słów

Języki formalne

DEFINICJE:

Σ — skończony niepusty *alfabet*, czyli zbiór tzw. *liter*

słowo — dowolny ciąg skończonej długości o elementach z Σ

Σ^* — zbiór **wszystkich** słów

język — dowolny zbiór słów $L \subseteq \Sigma^*$

PRZYKŁAD: nie mylić! —

λ — słowo *puste* (ciąg liter o długości 0)

Uwaga: to nie jest litera!

$\emptyset \stackrel{\text{def}}{=} \{ \}$ — język pusty (nie zawierający żadnego słowa)

$\Lambda \stackrel{\text{def}}{=} \{ \lambda \}$ — język zawierający wyłącznie słowo puste

PRZYKŁAD:

$1(*2 - 1)(1 - (2 - *1))()$ — słowo nad alfabetem $\Sigma \stackrel{\text{def}}{=} \{ (,), -, *, 1, 2 \}$

$\{ \lambda, a, b, ab, ba \}$ — język nad alfabetem $\Sigma \stackrel{\text{def}}{=} \{ a, b \}$ zawierający pięć słów

$\{ a^n \mid n \geq 0 \} = \{ \lambda, a, aa, aaa, \dots \}$ — jęz. nieskończ. nad alf. $\Sigma \stackrel{\text{def}}{=} \{ a \}$

Jak **porządnie** opisać język nieskończony?

Jak **porządnie** opisać język nieskończony?

- $\{\lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$ — co oznaczają kropeczki?

Jak **porządnie** opisać język nieskończony?

- $\{\lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$ — co oznaczają kropeczki?
- $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ — lepiej, ale są niepożądane elementy obce (liczby, zmienne, relacje, ...)

Jak **porządnie** opisać język nieskończony?

- $\{\lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$ — co oznaczają kropeczki?
 - $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ — lepiej, ale są niepożądane elementy obce (liczby, zmienne, relacje, ...)
-

Język definiujemy na dwa sposoby. Przez

- **generator** — cokolwiek **wyprodukuje**, uważamy za należące do języka

Jak **porządnie** opisać język nieskończony?

- $\{\lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$ — co oznaczają kropeczki?
 - $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ — lepiej, ale są niepożądane elementy obce (liczby, zmienne, relacje, ...)
-

Język definiujemy na dwa sposoby. Przez

- **generator** — cokolwiek **wyprodukuje**, uważamy za należące do języka
- **akceptor** — cokolwiek **zatwierdzi**, uważamy za należące do języka

Jak **porządnie** opisać język nieskończony?

- $\{\lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$ — co oznaczają kropeczki?
 - $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ — lepiej, ale są niepożądane elementy obce (liczby, zmienne, relacje, ...)
-

Język definiujemy na dwa sposoby. Przez

- **generator** — cokolwiek **wyprodukuje**, uważamy za należące do języka
- **akceptor** — cokolwiek **zatwierdzi**, uważamy za należące do języka

Opis języka programowania przeznaczony dla programisty powinien być **generatorem** — ma wyjaśniać, jak pisać poprawne programy.

Jak **porządnie** opisać język nieskończony?

- $\{\lambda, ab, aabb, aaabbb, \dots\}$ — co oznaczają kropeczki?
 - $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ — lepiej, ale są niepożądane elementy obce (liczby, zmienne, relacje, ...)
-

Język definiujemy na dwa sposoby. Przez

- **generator** — cokolwiek **wyprodukuje**, uważamy za należące do języka
- **akceptor** — cokolwiek **zatwierdzi**, uważamy za należące do języka

Opis języka programowania przeznaczony dla programisty powinien być **generatorem** — ma wyjaśniać, jak pisać poprawne programy.

Kompilator języka programowania powinien zawierać **akceptor** — sprawdzający, czy program na jego wejściu należy do języka.

Generatory: gramatyki bezkontekstowe

DEFINICJA: Gramatyka bezkontekstowa G — czwórka $\langle \Sigma, N, P, S \rangle$

Generatory: gramatyki bezkontekstowe

DEFINICJA: Gramatyka bezkontekstowa G — czwórka $\langle \Sigma, N, P, S \rangle$

- alfabet *terminalny* Σ

Generatory: gramatyki bezkontekstowe

DEFINICJA: Gramatyka bezkontekstowa G — czwórka $\langle \Sigma, N, P, S \rangle$

- alfabet *terminalny* Σ ;
- alfabet *nieterminalny* lub *pomocniczy* N (rozłączny z Σ)

Generatory: gramatyki bezkontekstowe

DEFINICJA: Gramatyka bezkontekstowa G — czwórka $\langle \Sigma, N, P, S \rangle$

- alfabet *terminalny* Σ ;
- alfabet *nieterminalny* lub *pomocniczy* N (rozłączny z Σ);
- skończony zbiór P *produkcji* postaci $A \rightarrow w$, gdzie $A \in N$ (czyli jest pojedynczym nieterminalem)

Generatory: gramatyki bezkontekstowe

DEFINICJA: Gramatyka bezkontekstowa G — czwórka $\langle \Sigma, N, P, S \rangle$

- alfabet *terminalny* Σ ;
- alfabet *nieterminalny* lub *pomocniczy* N (rozłączny z Σ);
- skończony zbiór P *produkcji* postaci $A \rightarrow w$, gdzie
 $A \in N$ (czyli jest pojedynczym nieterminalem),
 $w \in (N \cup \Sigma)^*$ (czyli jest słowem z terminali i nieterminali)

Generatory: gramatyki bezkontekstowe

DEFINICJA: Gramatyka bezkontekstowa G — czwórka $\langle \Sigma, N, P, S \rangle$

- alfabet *terminalny* Σ ;
- alfabet *nieterminalny* lub *pomocniczy* N (rozłączny z Σ);
- skończony zbiór P *produkcji* postaci $A \rightarrow w$, gdzie
 $A \in N$ (czyli jest pojedynczym nieterminalem),
 $w \in (N \cup \Sigma)^*$ (czyli jest słowem z terminali i nieterminali);
- wybrany nieterminal $S \in N$ nazywany *nieterminalem początkowym* albo *aksjomatem* gramatyki.

Generatory: gramatyki bezkontekstowe

DEFINICJA: Gramatyka bezkontekstowa G — czwórka $\langle \Sigma, N, P, S \rangle$

- alfabet *terminalny* Σ ;
- alfabet *nieterminalny* lub *pomocniczy* N (rozłączny z Σ);
- skończony zbiór P *produkcji* postaci $A \rightarrow w$, gdzie
 $A \in N$ (czyli jest pojedynczym nieterminalem),
 $w \in (N \cup \Sigma)^*$ (czyli jest słowem z terminali i nieterminali);
- wybrany nieterminal $S \in N$ nazywany *nieterminalem początkowym* albo *aksjomatem* gramatyki.

PRZYKŁAD:

Terminale: a, b

Generatory: gramatyki bezkontekstowe

DEFINICJA: Gramatyka bezkontekstowa G — czwórka $\langle \Sigma, N, P, S \rangle$

- alfabet *terminalny* Σ ;
- alfabet *nieterminalny* lub *pomocniczy* N (rozłączny z Σ);
- skończony zbiór P *produkcji* postaci $A \rightarrow w$, gdzie
 $A \in N$ (czyli jest pojedynczym nieterminalem),
 $w \in (N \cup \Sigma)^*$ (czyli jest słowem z terminali i nieterminali);
- wybrany nieterminal $S \in N$ nazywany *nieterminalem początkowym* albo *aksjomatem* gramatyki.

PRZYKŁAD:

Terminale: a, b

Nieterminale: X

Generatory: gramatyki bezkontekstowe

DEFINICJA: Gramatyka bezkontekstowa G — czwórka $\langle \Sigma, N, P, S \rangle$

- alfabet *terminalny* Σ ;
- alfabet *nieterminalny* lub *pomocniczy* N (rozłączny z Σ);
- skończony zbiór P *produkcji* postaci $A \rightarrow w$, gdzie
 $A \in N$ (czyli jest pojedynczym nieterminalem),
 $w \in (N \cup \Sigma)^*$ (czyli jest słowem z terminali i nieterminali);
- wybrany nieterminal $S \in N$ nazywany *nieterminalem początkowym* albo *aksjomatem* gramatyki.

PRZYKŁAD:

Terminale: a, b

Nieterminale: X

Aksjomat: X

Generatory: gramatyki bezkontekstowe

DEFINICJA: Gramatyka bezkontekstowa G — czwórka $\langle \Sigma, N, P, S \rangle$

- alfabet *terminalny* Σ ;
- alfabet *nieterminalny* lub *pomocniczy* N (rozłączny z Σ);
- skończony zbiór P *produkcji* postaci $A \rightarrow w$, gdzie
 $A \in N$ (czyli jest pojedynczym nieterminalem),
 $w \in (N \cup \Sigma)^*$ (czyli jest słowem z terminali i nieterminali);
- wybrany nieterminal $S \in N$ nazywany *nieterminalem początkowym* albo *aksjomatem* gramatyki.

PRZYKŁAD:

Terminale: a, b

Nieterminale: X

Aksjomat: X

Produkcje:

$X \rightarrow \lambda$
 $X \rightarrow aXa$
 $X \rightarrow bXb$

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

$uXv \Rightarrow_G uuv$ czyli
 uuv jest *bezpośrednio wywodliwe* z uXv



w P jest produkcja
 $X \rightarrow w$

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

$uXv \Rightarrow_G uwv$ czyli
 uwv jest *bezpośrednio wywodliwe* z uXv

def
 $\Leftrightarrow$

w P jest produkcja
 $X \rightarrow w$

$w_1 \Rightarrow_G^* w_n$ czyli
 w_n jest *wywodliwe* z w_1

def
 $\Leftrightarrow$

$w_1 \Rightarrow_G w_2 \Rightarrow_G w_3$
 $\vdots$
 $\Rightarrow_G w_{n-1} \Rightarrow_G w_n$

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

$$uXv \Rightarrow_G uwv \quad \text{czyli} \quad uwv \text{ jest } \textit{bezpośrednio wywodliwe} \text{ z } uXv \quad \stackrel{\text{def}}{\iff} \quad \begin{array}{l} \text{w } P \text{ jest produkcja} \\ X \rightarrow w \end{array}$$

$$\begin{array}{l} w_1 \Rightarrow_G^* w_n \quad \text{czyli} \\ w_n \text{ jest } \textit{wywodliwe} \text{ z } w_1 \end{array} \quad \stackrel{\text{def}}{\iff} \quad \begin{array}{l} w_1 \Rightarrow_G w_2 \Rightarrow_G w_3 \\ \vdots \\ \Rightarrow_G w_{n-1} \Rightarrow_G w_n \end{array}$$

DEFINICJA: Język $L(G)$ generowany przez gramatykę G —

składa się z tych słów wywodliwych z **aksjomatu**, które już nie zawierają nieterminali: $L(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$.

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

$uXv \Rightarrow_G uwv$ czyli
 uwv jest *bezpośrednio wywodliwe* z uXv
 $\iff^{\text{def}}$
 w P jest produkcja
 $X \rightarrow w$

$w_1 \Rightarrow_G^* w_n$ czyli
 w_n jest *wywodliwe* z w_1
 $\iff^{\text{def}}$

$$\begin{array}{l} w_1 \Rightarrow_G w_2 \Rightarrow_G w_3 \\ \vdots \\ \Rightarrow_G w_{n-1} \Rightarrow_G w_n \end{array}$$

DEFINICJA: Język $L(G)$ generowany przez gramatykę G —

składa się z tych słów wywodliwych z **aksjomatu**, które już nie zawierają nieterminali: $L(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$.

PRZYKŁAD:

Gramatyka:

$$\begin{array}{l} X \rightarrow \lambda \\ X \rightarrow aXa \\ X \rightarrow bXb \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

$uXv \Rightarrow_G uwv$ czyli
 uwv jest *bezpośrednio wywodliwe* z uXv
 $\iff^{\text{def}}$
 w P jest produkcja
 $X \rightarrow w$

$w_1 \Rightarrow_G^* w_n$ czyli
 w_n jest *wywodliwe* z w_1
 $\iff^{\text{def}}$
 $w_1 \Rightarrow_G w_2 \Rightarrow_G w_3$
 $\vdots$
 $\Rightarrow_G w_{n-1} \Rightarrow_G w_n$

DEFINICJA: Język $L(G)$ generowany przez gramatykę G —

składa się z tych słów wywodliwych z **aksjomatu**, które już nie zawierają nieterminali: $L(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$.

PRZYKŁAD:

Gramatyka:

$X \rightarrow \lambda$
 $X \rightarrow aXa$
 $X \rightarrow bXb$

X

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

$uXv \Rightarrow_G uwv$ czyli
 uwv jest *bezpośrednio wywodliwe* z uXv
 $\xLeftrightarrow{\text{def}}$
 w P jest produkcja
 $X \rightarrow w$

$w_1 \Rightarrow_G^* w_n$ czyli
 w_n jest *wywodliwe* z w_1
 $\xLeftrightarrow{\text{def}}$
 $w_1 \Rightarrow_G w_2 \Rightarrow_G w_3$
 $\vdots$
 $\Rightarrow_G w_{n-1} \Rightarrow_G w_n$

DEFINICJA: Język $L(G)$ generowany przez gramatykę G —

składa się z tych słów wywodliwych z **aksjomatu**, które już nie zawierają nieterminali: $L(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$.

PRZYKŁAD:

Gramatyka:

$X \rightarrow \lambda$
 $X \rightarrow aXa$
 $X \rightarrow bXb$

$X \Rightarrow bXb$

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

$uXv \Rightarrow_G uwv$ czyli uwv jest *bezpośrednio wywodliwe* z uXv $\iff$ w P jest produkcja $X \rightarrow w$

$w_1 \Rightarrow_G^* w_n$ czyli w_n jest *wywodliwe* z w_1 $\iff$ $w_1 \Rightarrow_G w_2 \Rightarrow_G w_3 \Rightarrow_G \dots \Rightarrow_G w_{n-1} \Rightarrow_G w_n$

DEFINICJA: Język $L(G)$ generowany przez gramatykę G — składa się z tych słów wywodliwych z **aksjomatu**, które już nie zawierają nieterminali: $L(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$.

PRZYKŁAD:

Gramatyka:

$$\begin{aligned} X &\rightarrow \lambda \\ X &\rightarrow aXa \\ X &\rightarrow bXb \end{aligned}$$

$X \Rightarrow bXb \Rightarrow bbXbb$

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

$uXv \Rightarrow_G uwv$ czyli uwv jest *bezpośrednio wywodliwe* z uXv $\iff$ w P jest produkcja $X \rightarrow w$

$w_1 \Rightarrow_G^* w_n$ czyli w_n jest *wywodliwe* z w_1 $\iff$ $w_1 \Rightarrow_G w_2 \Rightarrow_G w_3 \Rightarrow_G \dots \Rightarrow_G w_{n-1} \Rightarrow_G w_n$

DEFINICJA: Język $L(G)$ generowany przez gramatykę G — składa się z tych słów wywodliwych z **aksjomatu**, które już nie zawierają nieterminali: $L(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$.

PRZYKŁAD:

Gramatyka:

$X \rightarrow \lambda$
 $X \rightarrow aXa$
 $X \rightarrow bXb$

$X \Rightarrow bXb \Rightarrow bbXbb \Rightarrow bbaXabb$

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

$uXv \Rightarrow_G uwv$ czyli
 uwv jest *bezpośrednio wywodliwe* z uXv
 $\xLeftrightarrow{\text{def}}$
 w P jest produkcja
 $X \rightarrow w$

$w_1 \Rightarrow_G^* w_n$ czyli
 w_n jest *wywodliwe* z w_1
 $\xLeftrightarrow{\text{def}}$
 $w_1 \Rightarrow_G w_2 \Rightarrow_G w_3$
 $\vdots$
 $\Rightarrow_G w_{n-1} \Rightarrow_G w_n$

DEFINICJA: Język $L(G)$ generowany przez gramatykę G —

składa się z tych słów wywodliwych z **aksjomatu**, które już nie zawierają nieterminali: $L(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$.

PRZYKŁAD:

Gramatyka:

$X \rightarrow \lambda$
 $X \rightarrow aXa$
 $X \rightarrow bXb$

$X \Rightarrow bXb \Rightarrow bbXbb \Rightarrow bbaXabb \Rightarrow bbaabb$

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

$uXv \Rightarrow_G uwv$ czyli uwv jest *bezpośrednio wywodliwe* z uXv $\iff$ w P jest produkcja $X \rightarrow w$

$w_1 \Rightarrow_G^* w_n$ czyli w_n jest *wywodliwe* z w_1 $\iff$ $w_1 \Rightarrow_G w_2 \Rightarrow_G w_3 \Rightarrow_G \dots \Rightarrow_G w_{n-1} \Rightarrow_G w_n$

DEFINICJA: Język $L(G)$ generowany przez gramatykę G — składa się z tych słów wywodliwych z **aksjomatu**, które już nie zawierają nieterminali: $L(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$.

PRZYKŁAD:

Gramatyka:

$X \rightarrow \lambda$
 $X \rightarrow aXa$
 $X \rightarrow bXb$

$X \Rightarrow bXb \Rightarrow bbXbb \Rightarrow bbaXabb \Rightarrow bbaabb$

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

$uXv \Rightarrow_G uwv$ czyli uwv jest *bezpośrednio wywodliwe* z uXv $\iff$ w P jest produkcja $X \rightarrow w$

$w_1 \Rightarrow_G^* w_n$ czyli w_n jest *wywodliwe* z w_1 $\iff$ $w_1 \Rightarrow_G w_2 \Rightarrow_G w_3 \Rightarrow_G \dots \Rightarrow_G w_{n-1} \Rightarrow_G w_n$

DEFINICJA: Język $L(G)$ generowany przez gramatykę G — składa się z tych słów wywodliwych z **aksjomatu**, które już nie zawierają nieterminali: $L(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$.

PRZYKŁAD:

Gramatyka:

$X \rightarrow \lambda$
 $X \rightarrow aXa$
 $X \rightarrow bXb$

$X \Rightarrow_G^* bbaabb \in L(G)$

$X \Rightarrow bXb \Rightarrow bbXbb \Rightarrow bbaXabb \Rightarrow bbaabb$

Jak gramatyka definiuje język?

DEFINICJA: Wywodliwość —

$uXv \Rightarrow_G uwv$ czyli uwv jest *bezpośrednio wywodliwe* z uXv $\iff$ w P jest produkcja $X \rightarrow w$

$w_1 \Rightarrow_G^* w_n$ czyli w_n jest *wywodliwe* z w_1 $\iff$ $w_1 \Rightarrow_G w_2 \Rightarrow_G w_3 \Rightarrow_G \dots \Rightarrow_G w_{n-1} \Rightarrow_G w_n$

DEFINICJA: Język $L(G)$ generowany przez gramatykę G — składa się z tych słów wywodliwych z **aksjomatu**, które już nie zawierają nieterminali: $L(G) \stackrel{\text{def}}{=} \{w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow_G^* w\}$.

PRZYKŁAD:

Gramatyka:

$X \rightarrow \lambda$
 $X \rightarrow aXa$
 $X \rightarrow bXb$

$X \Rightarrow_G^* bbaabb \in L(G)$

LEMAT:

$L(G) = \{ww^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$

$X \Rightarrow bXb \Rightarrow bbXbb \Rightarrow bbaXabb \Rightarrow bbaabb$

Jak gramatyka definiuje język?

NIE MYLIĆ

Jak gramatyka definiuje język?

NIE MYLIĆ:

→ — formalny symbol w produkcji w gramatyce

Jak gramatyka definiuje język?

NIE MYLIĆ:

- $\rightarrow$ — formalny symbol w produkcji w gramatyce
- $\Rightarrow$ — relacja bezpośredniej wywodliwości:
jeśli $X \rightarrow w$ to $X \Rightarrow w$

Jak gramatyka definiuje język?

NIE MYLIĆ:

- $\rightarrow$ — formalny symbol w produkcji w gramatyce
- $\Rightarrow$ — relacja bezpośredniej wywodliwości:
jeśli $X \rightarrow w$ to $X \Rightarrow w$
ale np. $0X1 \Rightarrow 00X11$

$$\begin{array}{l} X \rightarrow \lambda \\ X \rightarrow 0X1 \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

NIE MYLIĆ:

- — formalny symbol w produkcji w gramatyce
- ⇒ — relacja bezpośredniej wywodliwości:
 jeśli $X \rightarrow w$ to $X \Rightarrow w$
 ale np. $0X1 \Rightarrow 00X11$
 a **nieprawda**, że $0X1 \rightarrow 00X11$

$$\begin{array}{l} X \rightarrow \lambda \\ X \rightarrow 0X1 \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

NIE MYLIĆ:

$\rightarrow$ — formalny symbol w produkcji w gramatyce

$\Rightarrow$ — relacja bezpośredniej wywodliwości:

jeśli $X \rightarrow w$ to $X \Rightarrow w$

ale np. $0X1 \Rightarrow 00X11$

a **nieprawda, że** $0X1 \rightarrow 00X11$

$$\begin{array}{l} X \rightarrow \lambda \\ X \rightarrow 0X1 \end{array}$$

$\Rightarrow^*$ — relacja wywodliwości:

jeśli $w_1 \Rightarrow w_2$ to $w_1 \Rightarrow^* w_2$

Jak gramatyka definiuje język?

NIE MYLIĆ:

$\rightarrow$ — formalny symbol w produkcji w gramatyce

$\Rightarrow$ — relacja bezpośredniej wywodliwości:

jeśli $X \rightarrow w$ to $X \Rightarrow w$

ale np. $0X1 \Rightarrow 00X11$

a **nieprawda**, że $0X1 \rightarrow 00X11$

$$\begin{array}{l} X \rightarrow \lambda \\ X \rightarrow 0X1 \end{array}$$

$\Rightarrow^*$ — relacja wywodliwości:

jeśli $w_1 \Rightarrow w_2$ to $w_1 \Rightarrow^* w_2$

ale np. $X \Rightarrow^* 0011$

Jak gramatyka definiuje język?

NIE MYLIĆ:

$\rightarrow$ — formalny symbol w produkcji w gramatyce

$\Rightarrow$ — relacja bezpośredniej wywodliwości:

jeśli $X \rightarrow w$ to $X \Rightarrow w$

ale np. $0X1 \Rightarrow 00X11$

a **nieprawda**, że $0X1 \rightarrow 00X11$

$$\begin{array}{l} X \rightarrow \lambda \\ X \rightarrow 0X1 \end{array}$$

$\Rightarrow^*$ — relacja wywodliwości:

jeśli $w_1 \Rightarrow w_2$ to $w_1 \Rightarrow^* w_2$

ale np. $X \Rightarrow^* 0011$

a **nieprawda**, że $X \Rightarrow 0011$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{ll} E & \rightarrow T \\ E & \rightarrow E + T \\ T & \rightarrow F \\ T & \rightarrow T * F \\ F & \rightarrow a \\ F & \rightarrow (E) \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{ll} E & \rightarrow T \\ E & \rightarrow E + T \\ T & \rightarrow F \\ T & \rightarrow T * F \\ F & \rightarrow a \\ F & \rightarrow (E) \end{array}$$

$$E \Rightarrow E + T$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$



$$E \Rightarrow E + T \Rightarrow T + T$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$



$$E \Rightarrow E + T \Rightarrow T + T \Rightarrow F + T$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{ll} E & \rightarrow T \\ E & \rightarrow E + T \\ T & \rightarrow F \\ T & \rightarrow T * F \\ F & \rightarrow a \\ F & \rightarrow (E) \end{array}$$



$$E \Rightarrow E + T \Rightarrow T + T \Rightarrow F + T \Rightarrow a + T$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$



$$\begin{array}{l} E \Rightarrow E + T \Rightarrow T + T \Rightarrow F + T \Rightarrow a + T \\ \Rightarrow a + T * F \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$



$$\begin{array}{l} E \Rightarrow E + T \Rightarrow T + T \Rightarrow F + T \Rightarrow a + T \\ \Rightarrow a + T * F \Rightarrow a + F * F \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$



$$\begin{array}{l} E \Rightarrow E + T \Rightarrow T + T \Rightarrow F + T \Rightarrow a + T \\ \Rightarrow a + T * F \Rightarrow a + F * F \Rightarrow a + a * F \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$



$$\begin{array}{l} E \Rightarrow E + T \Rightarrow T + T \Rightarrow F + T \Rightarrow a + T \\ \Rightarrow a + T * F \Rightarrow a + F * F \Rightarrow a + a * F \\ \Rightarrow a + a * a \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{ll} E & \rightarrow T \\ E & \rightarrow E + T \\ T & \rightarrow F \\ T & \rightarrow T * F \\ F & \rightarrow a \\ F & \rightarrow (E) \end{array}$$

$$\begin{aligned} E &\Rightarrow E + T \Rightarrow T + T \Rightarrow F + T \Rightarrow a + T \\ &\Rightarrow a + T * F \Rightarrow a + F * F \Rightarrow a + a * F \\ &\Rightarrow a + a * a \in L(G) \end{aligned}$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{ll} E & \rightarrow T \\ E & \rightarrow E + T \\ T & \rightarrow F \\ T & \rightarrow T * F \\ F & \rightarrow a \\ F & \rightarrow (E) \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$

$$E \Rightarrow T$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$


$$E \Rightarrow T \Rightarrow F$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{ll} E & \rightarrow T \\ E & \rightarrow E + T \\ T & \rightarrow F \\ T & \rightarrow T * F \\ F & \rightarrow a \\ F & \rightarrow (E) \end{array}$$



$$E \Rightarrow T \Rightarrow F \Rightarrow (E)$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl}
 E & \rightarrow & T \\
 E & \rightarrow & E + T \\
 T & \rightarrow & F \\
 T & \rightarrow & T * F \\
 F & \rightarrow & a \\
 F & \rightarrow & (E)
 \end{array}$$


$$E \Rightarrow T \Rightarrow F \Rightarrow (E) \Rightarrow (E + T)$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$


$$E \Rightarrow T \Rightarrow F \Rightarrow (E) \Rightarrow (E + T) \Rightarrow (T + T)$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$



$$\begin{array}{l} E \Rightarrow T \Rightarrow F \Rightarrow (E) \Rightarrow (E + T) \Rightarrow (T + T) \\ \quad \Rightarrow (F + T) \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$



$$\begin{array}{l} E \Rightarrow T \Rightarrow F \Rightarrow (E) \Rightarrow (E + T) \Rightarrow (T + T) \\ \quad \Rightarrow (\textcolor{yellow}{F} + T) \Rightarrow (\textcolor{yellow}{a} + T) \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$



$$\begin{array}{l} E \Rightarrow T \Rightarrow F \Rightarrow (E) \Rightarrow (E + T) \Rightarrow (T + T) \\ \quad \Rightarrow (F + T) \Rightarrow (a + T) \Rightarrow (a + F) \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & T \\ E & \rightarrow & E + T \\ T & \rightarrow & F \\ T & \rightarrow & T * F \\ F & \rightarrow & a \\ F & \rightarrow & (E) \end{array}$$



$$\begin{array}{l} E \Rightarrow T \Rightarrow F \Rightarrow (E) \Rightarrow (E + T) \Rightarrow (T + T) \\ \Rightarrow (F + T) \Rightarrow (a + T) \Rightarrow (a + F) \\ \Rightarrow (a + a) \end{array}$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{ll} E & \rightarrow T \\ E & \rightarrow E + T \\ T & \rightarrow F \\ T & \rightarrow T * F \\ F & \rightarrow a \\ F & \rightarrow (E) \end{array}$$

$$\begin{aligned} E &\Rightarrow T \Rightarrow F \Rightarrow (E) \Rightarrow (E + T) \Rightarrow (T + T) \\ &\Rightarrow (F + T) \Rightarrow (a + T) \Rightarrow (a + F) \\ &\Rightarrow (a + a) \in L(G) \end{aligned}$$

Jak gramatyka definiuje język?

PRZYKŁAD:

Gramatyka G :

$$\begin{array}{ll} E & \rightarrow T \\ E & \rightarrow E + T \\ T & \rightarrow F \\ T & \rightarrow T * F \\ F & \rightarrow a \\ F & \rightarrow (E) \end{array}$$

$$\begin{aligned} E &\Rightarrow T \Rightarrow F \Rightarrow (E) \Rightarrow (E + T) \Rightarrow (T + T) \\ &\Rightarrow (F + T) \Rightarrow (a + T) \Rightarrow (a + F) \\ &\Rightarrow (a + a) \in L(G) \end{aligned}$$

$L(G)$ = wyrażenia *arytmetyczne* zbudowane z $a, +, *, (,)$