

Stefan Sokołowski

JĘZYKI FORMALNE I METODY KOMPILACJI

wykład 2

Inst. Informatyki Stosowanej, ANS

Elbląg, 2025/2026

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^n \mid n \geq 0\}$?

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^n \mid n \geq 0\}$?

$$\begin{cases} A \rightarrow \lambda \\ A \rightarrow A a \end{cases}$$

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^n \mid n \geq 0\}$?

$$\begin{cases} A \rightarrow \lambda \\ A \rightarrow Aa \end{cases}$$

$$A \Rightarrow Aa \Rightarrow Aaa \Rightarrow Aaaaa \Rightarrow \dots \Rightarrow aaaa \dots a$$

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^n \mid n \geq 0\}$?

$\begin{cases} A \rightarrow \lambda \\ A \rightarrow Aa \end{cases}$
 rekursja **lewostronna**

$A \Rightarrow Aa \Rightarrow Aaa \Rightarrow Aaaa \Rightarrow \dots \Rightarrow aaaa \dots a$

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^n \mid n \geq 0\}$?

$$\begin{cases} A \rightarrow \lambda \\ A \rightarrow \underbrace{A} a \end{cases} \text{rekursja lewostronna}$$

$$A \Rightarrow A a \Rightarrow A a a \Rightarrow A a a a \Rightarrow \dots \Rightarrow a a a \dots a$$

albo

$$\begin{cases} A \rightarrow \lambda \\ A \rightarrow a A \end{cases}$$

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^n \mid n \geq 0\}$?

$$\begin{cases} A \rightarrow \lambda \\ A \rightarrow \underbrace{A} a \end{cases} \text{rekursja lewostronna}$$

$$A \Rightarrow A a \Rightarrow A a a \Rightarrow A a a a \Rightarrow \dots \Rightarrow a a a \dots a$$

albo

$$\begin{cases} A \rightarrow \lambda \\ A \rightarrow a A \end{cases}$$

$$A \Rightarrow a A \Rightarrow a a A \Rightarrow a a a A \Rightarrow \dots \Rightarrow a \dots a a a$$

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^n \mid n \geq 0\}$?

$\begin{cases} A \rightarrow \lambda \\ A \rightarrow \underline{A} a \end{cases}$ rekursja **lewostronna**

$A \Rightarrow A a \Rightarrow A a a \Rightarrow A a a a \Rightarrow \dots \Rightarrow a a a \dots a$

albo

$\begin{cases} A \rightarrow \lambda \\ A \rightarrow \underline{a} A \end{cases}$ rekursja **prawostronna**

$A \Rightarrow a A \Rightarrow a a A \Rightarrow a a a A \Rightarrow \dots \Rightarrow a \dots a a a$

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^{n_1}ba^{n_2}b \dots a^{n_k}b \mid k, n_1, n_2, \dots, n_k \geq 0\}$?

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^{n_1}ba^{n_2}b \dots a^{n_k}b \mid k, n_1, n_2, \dots, n_k \geq 0\}$?

$$\begin{cases} S \rightarrow \lambda \\ S \rightarrow S A \\ A \rightarrow b \\ A \rightarrow a A \end{cases}$$

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^{n_1}ba^{n_2}b \dots a^{n_k}b \mid k, n_1, n_2, \dots, n_k \geq 0\}$?

$$\begin{cases} S \rightarrow \lambda \\ S \rightarrow SA \\ A \rightarrow b \\ A \rightarrow aA \end{cases}$$

$$S \Rightarrow SA \Rightarrow SAA \Rightarrow^* aAaA \Rightarrow^* abaaab$$

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^{n_1}ba^{n_2}b \dots a^{n_k}b \mid k, n_1, n_2, \dots, n_k \geq 0\}$?

$$\begin{cases} S \rightarrow \lambda \\ S \rightarrow \underbrace{S A} \\ A \rightarrow b \\ A \rightarrow \underbrace{a A} \end{cases} \begin{array}{l} \text{rekursja lewostronna} \\ \text{rekursja prawostronna} \end{array}$$

$$S \Rightarrow SA \Rightarrow SAA \Rightarrow^* aAaaA \Rightarrow^* abaaab$$

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^{n_1}ba^{n_2}b \dots a^{n_k}b \mid k, n_1, n_2, \dots, n_k \geq 0\}$?

$$\begin{cases} S \rightarrow \lambda \\ S \rightarrow \underbrace{S A} \\ A \rightarrow b \\ A \rightarrow \underbrace{a A} \end{cases} \begin{array}{l} \text{rekursja lewostronna} \\ \text{rekursja prawostronna} \end{array}$$

$$S \Rightarrow S A \Rightarrow S A A \Rightarrow^* a A a a A \Rightarrow^* a b a a b$$

albo

$$\begin{cases} S \rightarrow \lambda \\ S \rightarrow A S \\ A \rightarrow b \\ A \rightarrow a A \end{cases}$$

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^{n_1}ba^{n_2}b \dots a^{n_k}b \mid k, n_1, n_2, \dots, n_k \geq 0\}$?

$$\begin{cases} S \rightarrow \lambda \\ S \rightarrow \underbrace{S A} \\ A \rightarrow b \\ A \rightarrow \underbrace{a A} \end{cases} \begin{array}{l} \text{rekursja lewostronna} \\ \text{rekursja prawostronna} \end{array}$$

$$S \Rightarrow S A \Rightarrow S A A \Rightarrow^* a A a a A \Rightarrow^* a b a a b$$

albo

$$\begin{cases} S \rightarrow \lambda \\ S \rightarrow A S \\ A \rightarrow b \\ A \rightarrow a A \end{cases}$$

$$S \Rightarrow A S \Rightarrow A A S \Rightarrow^* a A a a A \Rightarrow^* a b a a b$$

Powtarzanie, a rekursja w produkcjach

Gramatyka dla $\{a^{n_1}ba^{n_2}b \dots a^{n_k}b \mid k, n_1, n_2, \dots, n_k \geq 0\}$?

$$\begin{cases} S \rightarrow \lambda \\ S \rightarrow \underbrace{S A} \\ A \rightarrow b \\ A \rightarrow \underbrace{a A} \end{cases}$$

rekursja **lewostronna**

rekursja **prawostronna**

$$S \Rightarrow S A \Rightarrow S A A \Rightarrow^* a A a a A \Rightarrow^* a b a a b$$

albo

$$\begin{cases} S \rightarrow \lambda \\ S \rightarrow \underbrace{A S} \\ A \rightarrow b \\ A \rightarrow \underbrace{a A} \end{cases}$$

rekursja **prawostronna**

rekursja **prawostronna**

$$S \Rightarrow A S \Rightarrow A A S \Rightarrow^* a A a a A \Rightarrow^* a b a a b$$

Gramatyki prawoliniowe

DEFINICJA:

Gramatyka bezkontekstowa $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$ jest *prawostronnie liniowa* jeśli ...

Gramatyki prawoliniowe

DEFINICJA:

Gramatyka bezkontekstowa $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$ jest *prawostronnie liniowa* jeśli ...

praw. liniowe

bezkontekstowe

Gramatyki prawoliniowe

DEFINICJA:

Gramatyka bezkontekstowa $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$ jest *prawostronnie liniowa* jeśli każda produkcja w P ma postać

...

praw. liniowe

bezkontekstowe

Gramatyki prawoliniowe

DEFINICJA:

Gramatyka bezkontekstowa $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$ jest *prawostronnie liniowa* jeśli każda produkcja w P ma postać:

- albo $A \rightarrow x$ (czyli: żadnych nieterminali)

gdzie $x \in \Sigma^*$ a $A \in N$.

praw. liniowe

bezkontekstowe

Gramatyki prawoliniowe

DEFINICJA:

Gramatyka bezkontekstowa $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$ jest *prawostronnie liniowa* jeśli każda produkcja w P ma postać:

- albo $A \rightarrow x$ (czyli: żadnych nieterminali)
- albo $A \rightarrow xB$ (czyli: tylko jeden nieterminal po prawej)

gdzie $x \in \Sigma^*$ a $A, B \in N$.

praw. liniowe

bezkontekstowe

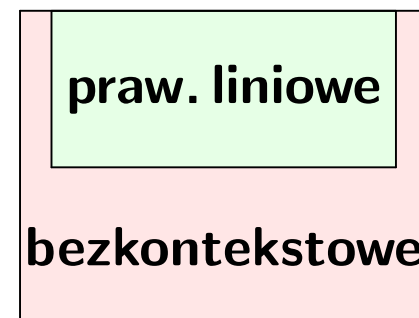
Gramatyki prawoliniowe

DEFINICJA:

Gramatyka bezkontekstowa $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$ jest *prawostronnie liniowa* jeśli każda produkcja w P ma postać:

- albo $A \rightarrow x$ (czyli: żadnych nieterminali)
- albo $A \rightarrow xB$ (czyli: tylko jeden nieterminal po prawej)

gdzie $x \in \Sigma^*$ a $A, B \in N$.



Więc w prawoliniowych rekursja może być tylko prawostronna.

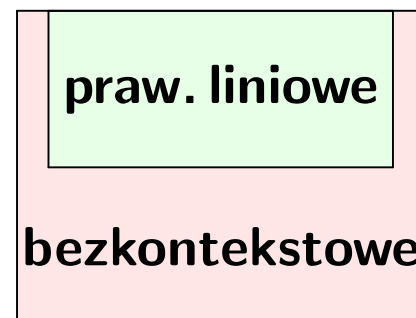
Gramatyki prawoliniowe

DEFINICJA:

Gramatyka bezkontekstowa $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$ jest *prawostronnie liniowa* jeśli każda produkcja w P ma postać:

- albo $A \rightarrow x$ (czyli: żadnych nieterminali)
- albo $A \rightarrow xB$ (czyli: tylko jeden nieterminal po prawej)

gdzie $x \in \Sigma^*$ a $A, B \in N$.



PRZYKŁAD:

$$\begin{array}{lcl}
 E & \rightarrow & aC \\
 E & \rightarrow & bC \\
 C & \rightarrow & \lambda \\
 C & \rightarrow & aC \\
 C & \rightarrow & bC \\
 C & \rightarrow & 0C \\
 C & \rightarrow & 1C
 \end{array}$$

prawoliniowa

Więc w prawoliniowych rekursja może być tylko prawostronna.

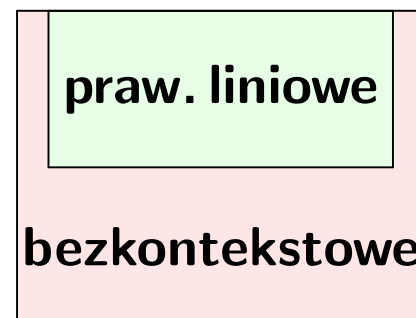
Gramatyki prawoliniowe

DEFINICJA:

Gramatyka bezkontekstowa $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$ jest *prawostronnie liniowa* jeśli każda produkcja w P ma postać:

- albo $A \rightarrow x$ (czyli: żadnych nieterminali)
- albo $A \rightarrow xB$ (czyli: tylko jeden nieterminal po prawej)

gdzie $x \in \Sigma^*$ a $A, B \in N$.



PRZYKŁAD:

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & aC \\ E & \rightarrow & bC \\ C & \rightarrow & \lambda \\ C & \rightarrow & aC \\ C & \rightarrow & bC \\ C & \rightarrow & 0C \\ C & \rightarrow & 1C \end{array}$$

prawoliniowa

Więc w prawoliniowych rekursja może być tylko prawostronna.

$$\begin{array}{lcl} E & \rightarrow & a \\ E & \rightarrow & (E) \\ E & \rightarrow & E + E \end{array}$$

bezkontekstowa
ale nie prawoliniowa

Rodzaje gramatyk

PRZYKŁAD: G_1 :

E	$\rightarrow$	aC
E	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	λ
C	$\rightarrow$	aC
C	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	$0C$
C	$\rightarrow$	$1C$

Rodzaje gramatyk

PRZYKŁAD: G_1 :

E	$\rightarrow$	aC
E	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	λ
C	$\rightarrow$	aC
C	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	$0C$
C	$\rightarrow$	$1C$

$L(G_1)$ = język identyfikatorów

Rodzaje gramatyk

PRZYKŁAD:

$$G_1: \begin{array}{lcl} E & \rightarrow & aC \\ E & \rightarrow & bC \\ C & \rightarrow & \lambda \\ C & \rightarrow & aC \\ C & \rightarrow & bC \\ C & \rightarrow & 0C \\ C & \rightarrow & 1C \end{array}$$

$$G_2: \begin{array}{lcl} I & \rightarrow & a \\ I & \rightarrow & b \\ I & \rightarrow & Ia \\ I & \rightarrow & Ib \\ I & \rightarrow & I0 \\ I & \rightarrow & I1 \end{array}$$

$L(G_1)$ = język identyfikatorów

Rodzaje gramatyk

PRZYKŁAD:

G_1 :

E	$\rightarrow$	$a C$
E	$\rightarrow$	$b C$
C	$\rightarrow$	λ
C	$\rightarrow$	$a C$
C	$\rightarrow$	$b C$
C	$\rightarrow$	$0 C$
C	$\rightarrow$	$1 C$

G_2 :

I	$\rightarrow$	a
I	$\rightarrow$	b
I	$\rightarrow$	$I a$
I	$\rightarrow$	$I b$
I	$\rightarrow$	$I 0$
I	$\rightarrow$	$I 1$

$L(G_1) = \text{język identyfikatorów} = L(G_2)$

Rodzaje gramatyk

PRZYKŁAD:

G_1 :

E	$\rightarrow$	aC
E	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	λ
C	$\rightarrow$	aC
C	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	$0C$
C	$\rightarrow$	$1C$

G_2 :

I	$\rightarrow$	a
I	$\rightarrow$	b
I	$\rightarrow$	Ia
I	$\rightarrow$	Ib
I	$\rightarrow$	$I0$
I	$\rightarrow$	$I1$

$$L(G_1) = \text{język identyfikatorów} = L(G_2)$$

G_1 jest prawostronnie liniowa

Rodzaje gramatyk

PRZYKŁAD:

G_1 :

E	$\rightarrow$	$a C$
E	$\rightarrow$	$b C$
C	$\rightarrow$	λ
C	$\rightarrow$	$a C$
C	$\rightarrow$	$b C$
C	$\rightarrow$	$0 C$
C	$\rightarrow$	$1 C$

G_2 :

I	$\rightarrow$	a
I	$\rightarrow$	b
I	$\rightarrow$	$I a$
I	$\rightarrow$	$I b$
I	$\rightarrow$	$I 0$
I	$\rightarrow$	$I 1$

$$L(G_1) = \text{język identyfikatorów} = L(G_2)$$

G_1 jest prawostronnie liniowa

G_2 jest bezkontekstowa

ale nie prawostronnie liniowa

Rodzaje gramatyk

PRZYKŁAD:

G_1 :

E	$\rightarrow$	aC
E	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	λ
C	$\rightarrow$	aC
C	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	$0C$
C	$\rightarrow$	$1C$

G_2 :

I	$\rightarrow$	a
I	$\rightarrow$	b
I	$\rightarrow$	Ia
I	$\rightarrow$	Ib
I	$\rightarrow$	$I0$
I	$\rightarrow$	$I1$

$L(G_1) = \text{język identyfikatorów} = L(G_2)$

G_1 jest prawostronnie liniowa	} dwie gramatyki różnych typów mogą określać ten sam język
G_2 jest bezkontekstowa	
ale nie prawostronnie liniowa	

Rodzaje gramatyk

PRZYKŁAD:

G_1 :

E	$\rightarrow$	aC
E	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	λ
C	$\rightarrow$	aC
C	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	$0C$
C	$\rightarrow$	$1C$

G_2 :

I	$\rightarrow$	a
I	$\rightarrow$	b
I	$\rightarrow$	Ia
I	$\rightarrow$	Ib
I	$\rightarrow$	$I0$
I	$\rightarrow$	$I1$

$$L(G_1) = \text{język identyfikatorów} = L(G_2)$$

G_1 jest prawostronnie liniowa G_2 jest bezkontekstowa ale nie prawostronnie liniowa	$\left\{ \begin{array}{l} \text{dwie gramatyki } \textbf{różnych typów} \text{ mogą} \\ \text{określać ten sam język} \end{array} \right.$
--	--

DEFINICJA:

Język L jest

- *regularny* jeśli ist. gram. **prawostronnie liniowa** G taka, że $L = L(G)$

Rodzaje gramatyk

PRZYKŁAD:

G_1 :

E	$\rightarrow$	aC
E	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	λ
C	$\rightarrow$	aC
C	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	$0C$
C	$\rightarrow$	$1C$

G_2 :

I	$\rightarrow$	a
I	$\rightarrow$	b
I	$\rightarrow$	Ia
I	$\rightarrow$	Ib
I	$\rightarrow$	$I0$
I	$\rightarrow$	$I1$

$$L(G_1) = \text{język identyfikatorów} = L(G_2)$$

G_1 jest prawostronnie liniowa G_2 jest bezkontekstowa ale nie prawostronnie liniowa	$\left\{ \begin{array}{l} \text{dwie gramatyki } \textbf{różnych typów} \text{ mogą} \\ \text{określać ten sam język} \end{array} \right.$
--	--

DEFINICJA:

Język L jest

- *regularny* jeśli ist. gram. **prawostronnie liniowa** G taka, że $L = L(G)$;
- *bezkontekstowy* jeśli ist. gram. **bezkontekstowa** G taka, że $L = L(G)$.

Rodzaje gramatyk

PRZYKŁAD:

G_1 :

E	$\rightarrow$	aC
E	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	λ
C	$\rightarrow$	aC
C	$\rightarrow$	bC
C	$\rightarrow$	$0C$
C	$\rightarrow$	$1C$

G_2 :

I	$\rightarrow$	a
I	$\rightarrow$	b
I	$\rightarrow$	Ia
I	$\rightarrow$	Ib
I	$\rightarrow$	$I0$
I	$\rightarrow$	$I1$

$$L(G_1) = \text{język identyfikatorów} = L(G_2)$$

G_1 jest prawostronnie liniowa G_2 jest bezkontekstowa ale nie prawostronnie liniowa	$\left\{ \begin{array}{l} \text{dwie gramatyki } \textbf{różnych typów} \text{ mogą} \\ \text{określać ten sam język} \end{array} \right.$
--	--

DEFINICJA:

Język L jest

- *regularny* jeśli ist. gram. **prawostronnie liniowa** G taka, że $L = L(G)$;
- *bezkontekstowy* jeśli ist. gram. **bezkontekstowa** G taka, że $L = L(G)$.

PRZYKŁAD: Język identyfikatorów $L(G_2)$ jest regularny.

Rodzaje gramatyk

ZADANIE:

$$G_1: \begin{array}{lcl} A & \rightarrow & b \\ A & \rightarrow & c \\ A & \rightarrow & AA \end{array}$$

← gramatyka **nie**prawoliniowa

Czy $L(G_1)$ jest regularny?

Rodzaje gramatyk

ZADANIE:

$$G_1: \begin{array}{l} A \rightarrow b \\ A \rightarrow c \\ A \rightarrow AA \end{array}$$

← gramatyka **nie**prawoliniowa

Czy $L(G_1)$ jest regularny?

Rozwiązanie:

$L(G_1)$ = zbiór niepustych napisów nad $\{b, c\}$

Rodzaje gramatyk

ZADANIE:

$$G_1: \begin{array}{l} A \rightarrow b \\ A \rightarrow c \\ A \rightarrow AA \end{array}$$

← gramatyka **nie**prawoliniowa

Czy $L(G_1)$ jest regularny?

Rozwiązanie:

$L(G_1)$ = zbiór niepustych napisów nad $\{b, c\}$

$$G_2: \begin{array}{l} A \rightarrow b \\ A \rightarrow c \\ A \rightarrow bA \\ A \rightarrow cA \end{array}$$

Rodzaje gramatyk

ZADANIE:

$$G_1: \begin{array}{l} A \rightarrow b \\ A \rightarrow c \\ A \rightarrow AA \end{array}$$

← gramatyka **nie**prawoliniowa

Czy $L(G_1)$ jest regularny?

Rozwiązanie:

$L(G_1)$ = zbiór niepustych napisów nad $\{b, c\}$

$L(G_2)$ = zbiór niepustych napisów nad $\{b, c\}$

$$G_2: \begin{array}{l} A \rightarrow b \\ A \rightarrow c \\ A \rightarrow bA \\ A \rightarrow cA \end{array}$$

Rodzaje gramatyk

ZADANIE:

$$G_1: \begin{array}{l} A \rightarrow b \\ A \rightarrow c \\ A \rightarrow AA \end{array}$$

← gramatyka **nie**prawoliniowa

Czy $L(G_1)$ jest regularny?

Rozwiązanie:

$L(G_1)$ = zbiór niepustych napisów nad $\{b, c\}$

$L(G_2)$ = zbiór niepustych napisów nad $\{b, c\}$

$L(G_1) = L(G_2)$ i gramatyka G_2 jest prawoliniowa.

$$G_2: \begin{array}{l} A \rightarrow b \\ A \rightarrow c \\ A \rightarrow bA \\ A \rightarrow cA \end{array}$$

Rodzaje gramatyk

ZADANIE:

$$G_1: \begin{array}{l} A \rightarrow b \\ A \rightarrow c \\ A \rightarrow AA \end{array}$$

← gramatyka **nie**prawoliniowa

Czy $L(G_1)$ jest regularny?

Rozwiązanie:

$L(G_1)$ = zbiór niepustych napisów nad $\{b, c\}$

$L(G_2)$ = zbiór niepustych napisów nad $\{b, c\}$

$$G_2: \begin{array}{l} A \rightarrow b \\ A \rightarrow c \\ A \rightarrow bA \\ A \rightarrow cA \end{array}$$

$L(G_1) = L(G_2)$ i gramatyka G_2 jest prawoliniowa.

Ponieważ istnieje prawoliniowa gramatyka G_2 **równoważna** gramatyce G_1 (czyli generująca ten sam język), więc $L(G_1)$ **jest regularny**.

Rodzaje gramatyk

Język zadany gramatyką **prawoliniową**
jest regularny.

Rodzaje gramatyk

Język zadany gramatyką **prawoliniową**
jest regularny.

Język zadany bezkontekstową gramatyką **nieprawoliniową**
może nie być regularny

Rodzaje gramatyk

Język zadany gramatyką **prawoliniową**
jest regularny.

Język zadany bezkontekstową gramatyką **nieprawoliniową**
może nie być regularny,
może być regularny

Rodzaje gramatyk

Język zadany gramatyką **prawoliniową**
jest regularny.

Język zadany bezkontekstową gramatyką **nieprawoliniową**
może nie być regularny,
może być regularny,
— potrzebne jest staranniejsze zbadanie.

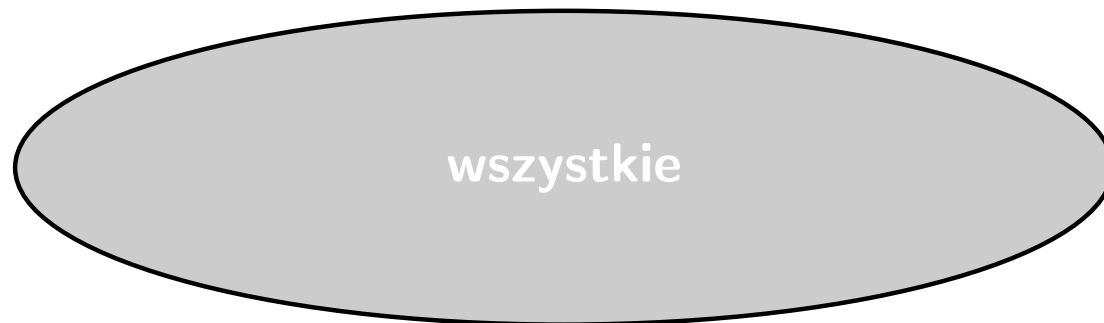
Hierarchia języków



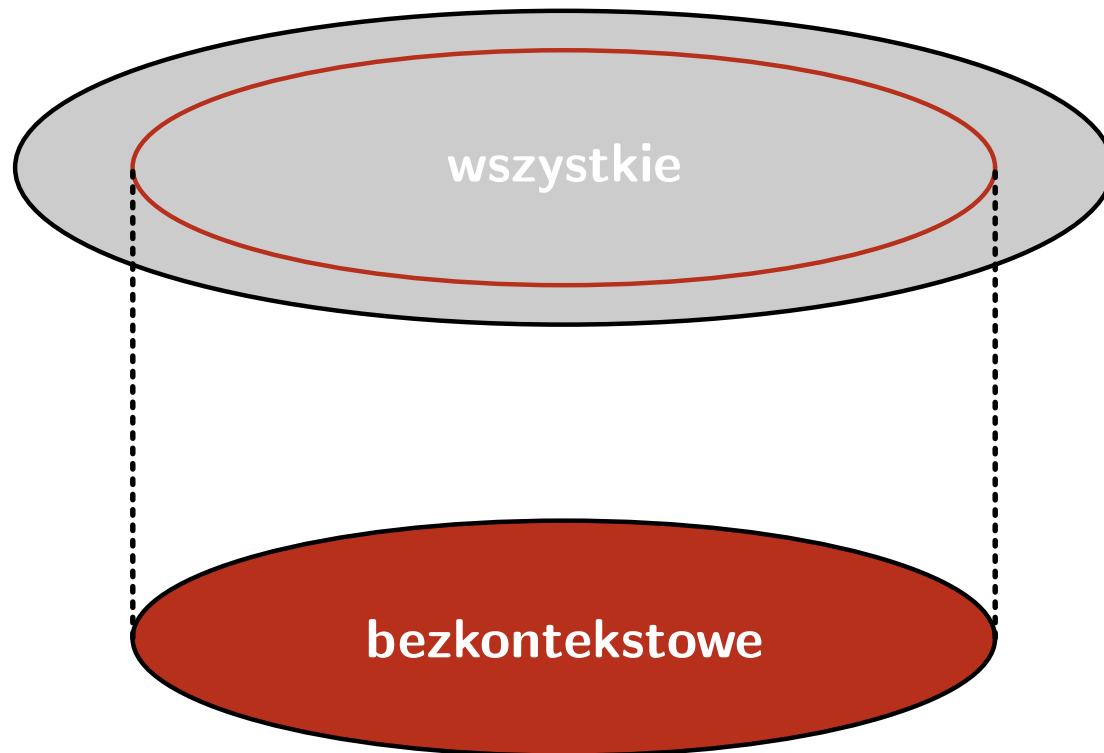
Noam Chomsky, ur. 1928, MIT
„the father of modern linguistics”

Hierarchia języków

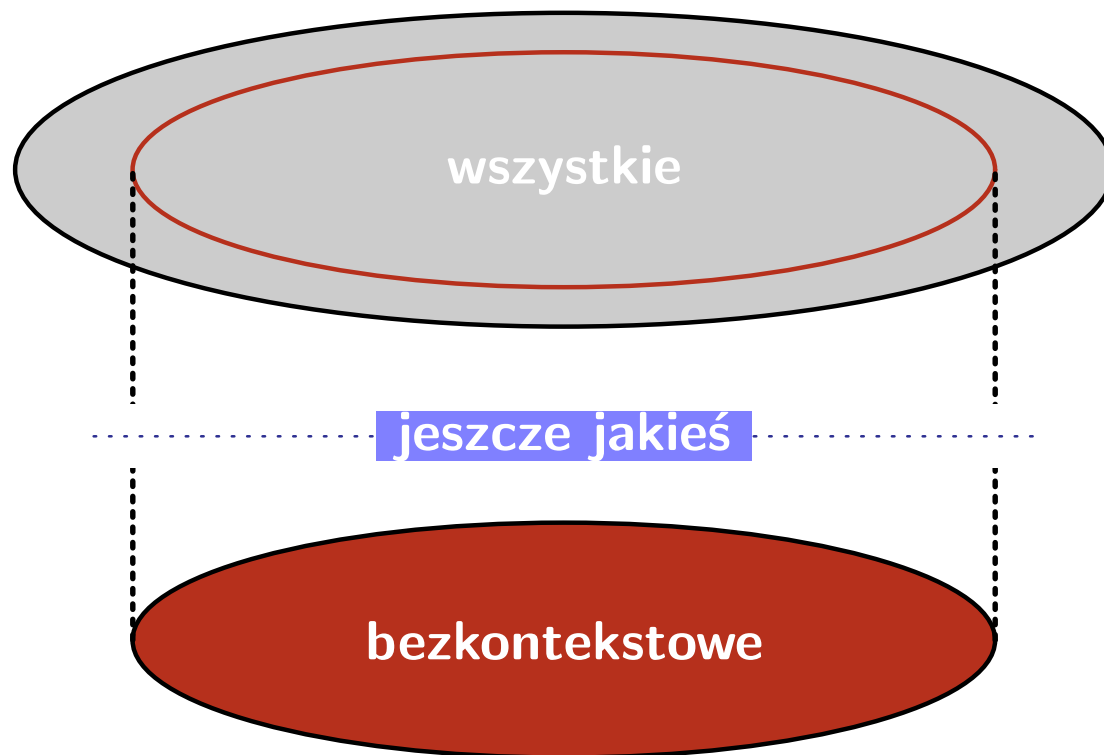
Hierarchia języków



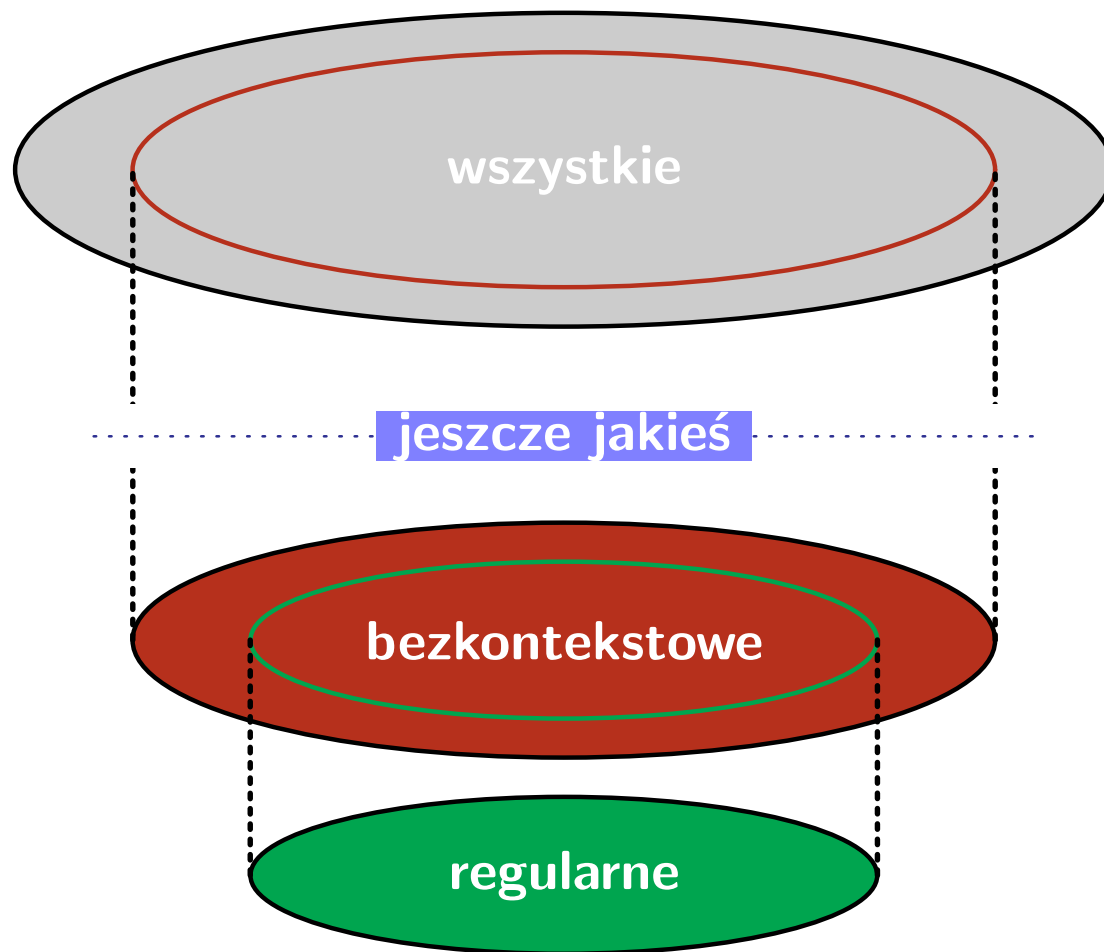
Hierarchia języków



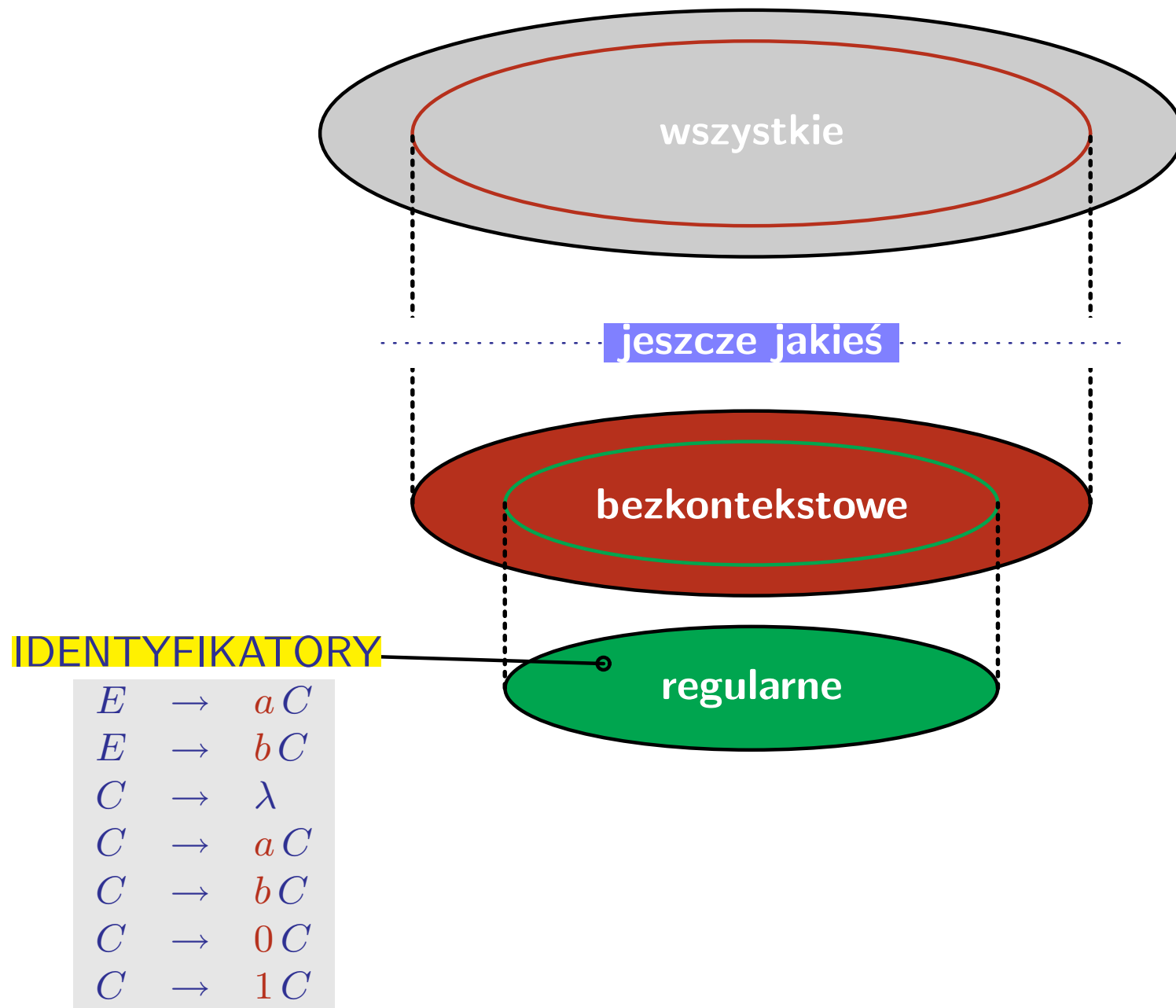
Hierarchia języków



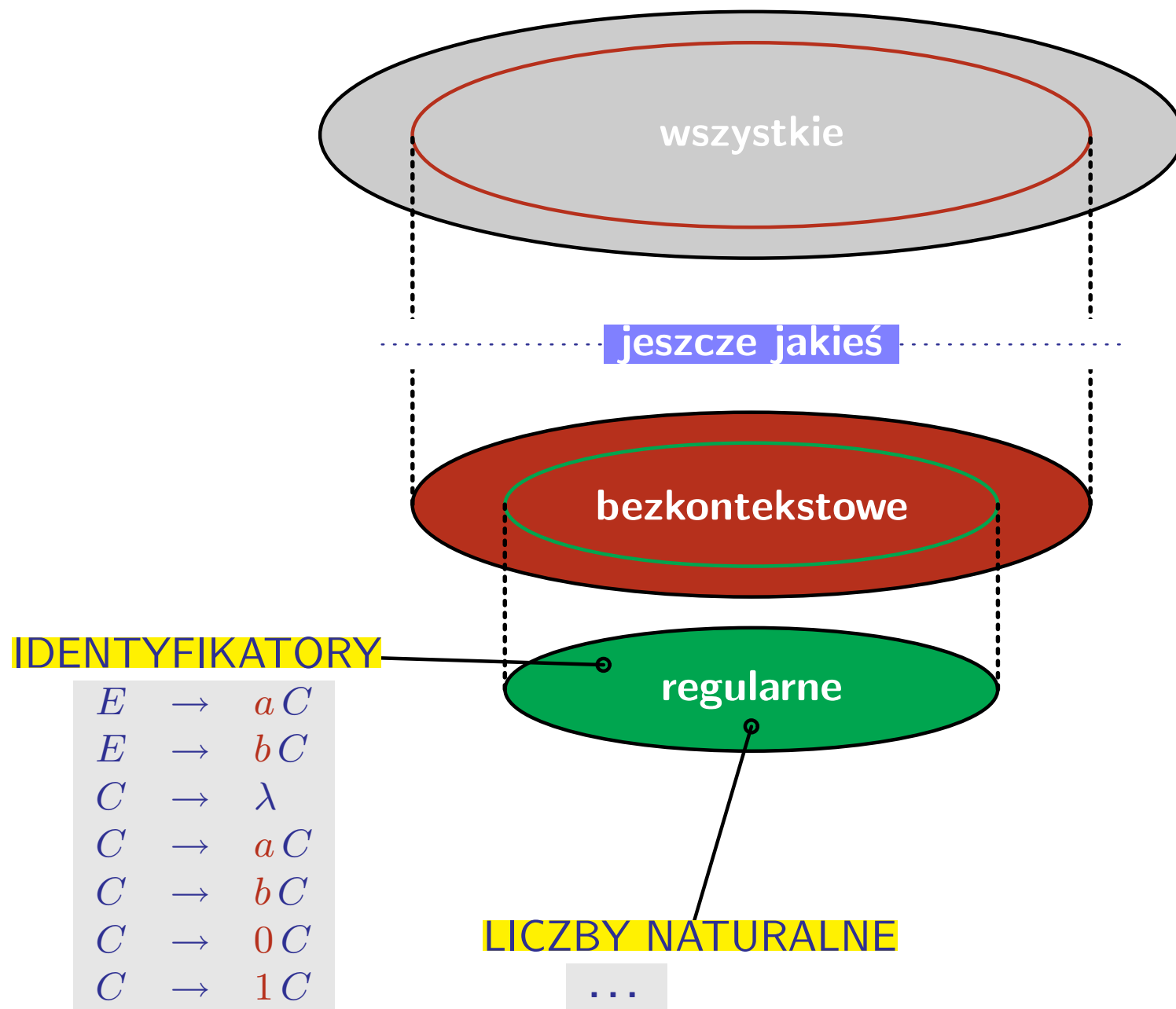
Hierarchia języków



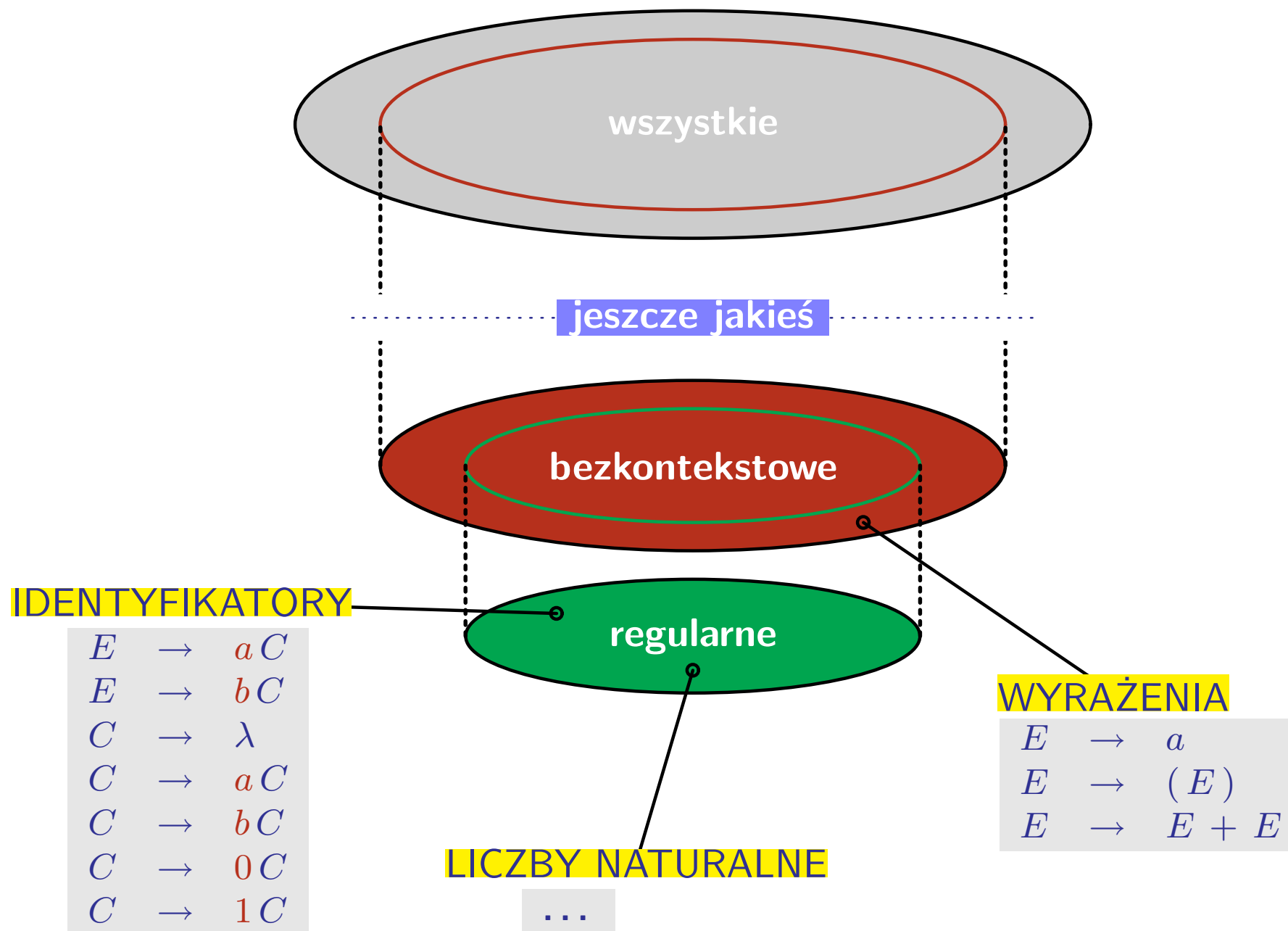
Hierarchia języków



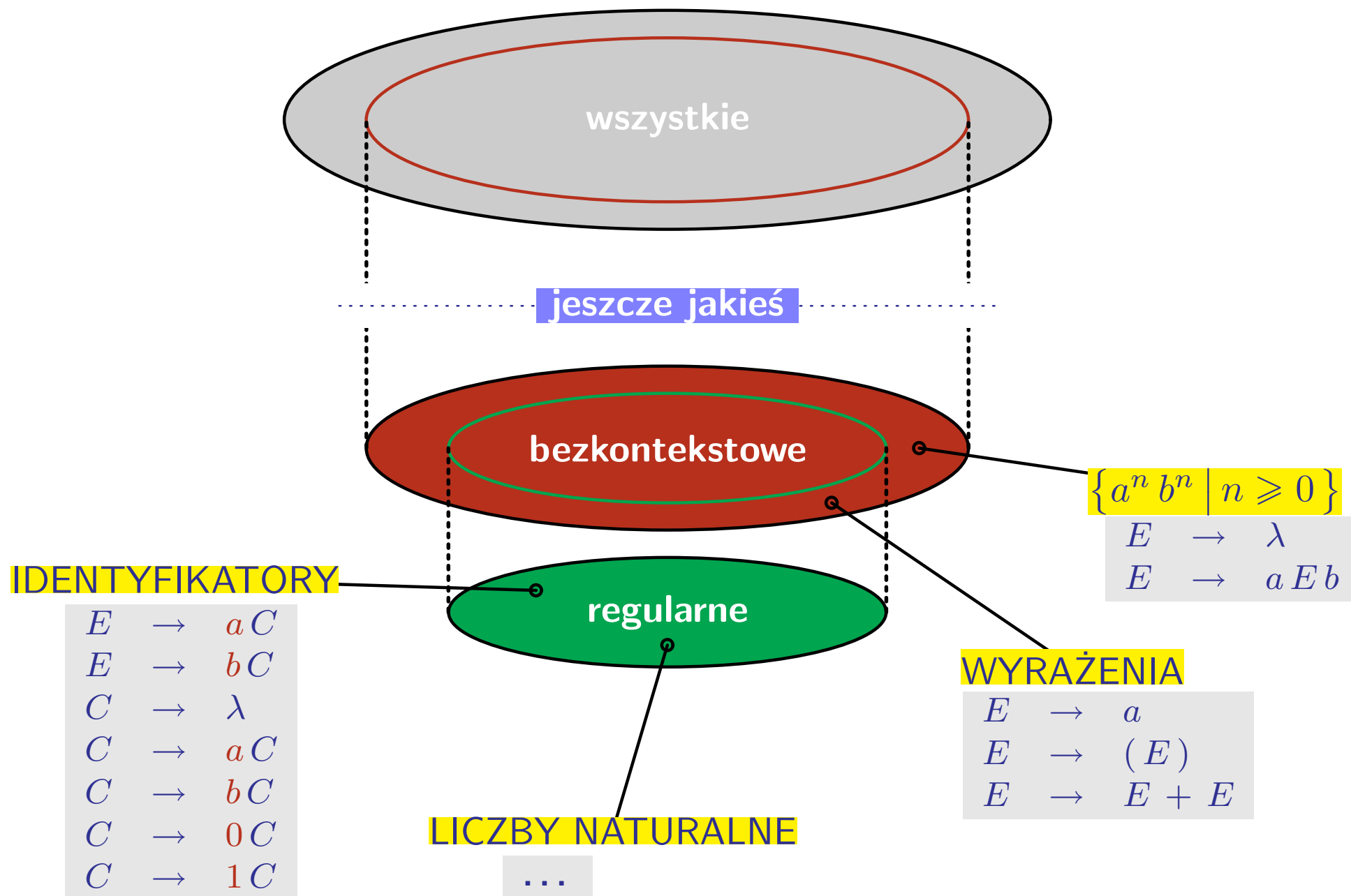
Hierarchia języków



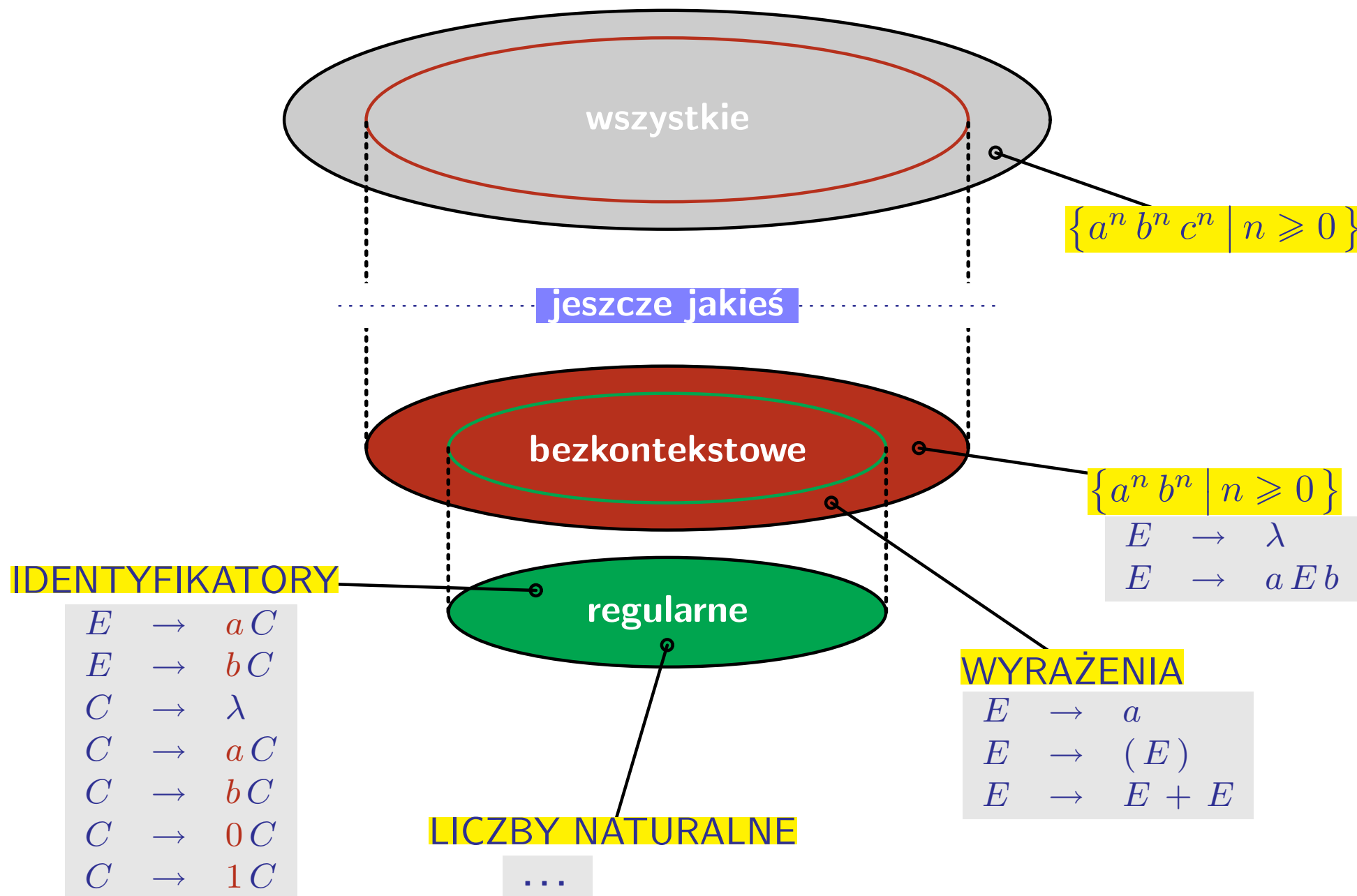
Hierarchia języków



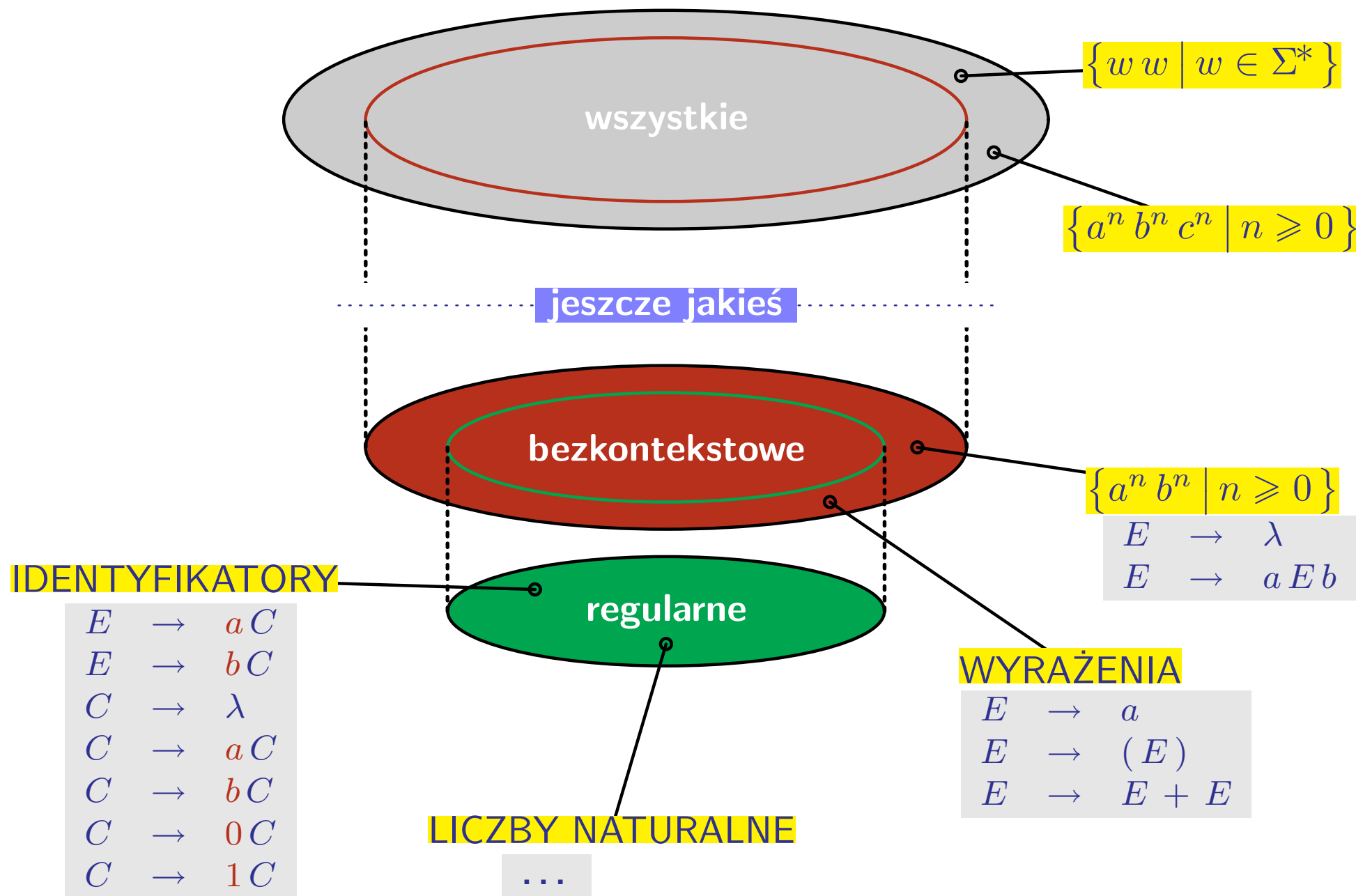
Hierarchia języków



Hierarchia języków



Hierarchia języków



Czy dany język jest bezkontekstowy lub regularny?

Żeby dowieść, że język **jest** bezkontekstowy [ew. regularny], należy znaleźć dla niego gramatykę bezkontekstową [prawoliniową].

Czy dany język jest bezkontekstowy lub regularny?

Żeby dowieść, że język **jest** bezkontekstowy [ew. regularny], należy znaleźć dla niego gramatykę bezkontekstową [prawoliniową].

Żeby dowieść, że język **nie jest** bezkontekstowy [regularny], należy udowodnić, że nie posiada gramatyki bezkontekstowej [prawoliniowej]

Czy dany język jest bezkontekstowy lub regularny?

Żeby dowieść, że język **jest** bezkontekstowy [ew. regularny], należy znaleźć dla niego gramatykę bezkontekstową [prawoliniową].

Żeby dowieść, że język **nie jest** bezkontekstowy [regularny], należy udowodnić, że nie posiada gramatyki bezkontekstowej [prawoliniowej] — to jest **na ogół trudne**.

Czy dany język jest bezkontekstowy lub regularny?

Żeby dowieść, że język **jest** bezkontekstowy [ew. regularny], należy znaleźć dla niego gramatykę bezkontekstową [prawoliniową].

Żeby dowieść, że język **nie jest** bezkontekstowy [regularny], należy udowodnić, że nie posiada gramatyki bezkontekstowej [prawoliniowej] — to jest **na ogół trudne**.

Bardzo nieformalne kryteria negatywne:

1. Rozpoznanie słowa języka **regularnego** nie wymaga porównywania liczby liter.
Np. język $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ nie jest regularny.

Czy dany język jest bezkontekstowy lub regularny?

Żeby dowieść, że język **jest** bezkontekstowy [ew. regularny], należy znaleźć dla niego gramatykę bezkontekstową [prawoliniową].

Żeby dowieść, że język **nie jest** bezkontekstowy [regularny], należy udowodnić, że nie posiada gramatyki bezkontekstowej [prawoliniowej] — to jest **na ogół trudne**.

Bardzo nieformalne kryteria negatywne:

1. Rozpoznanie słowa języka **regularnego** nie wymaga porównywania liczby liter.
Np. język $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ nie jest regularny.
2. Rozpoznanie słowa języka **bezkontekstowego** może wymagać porównania liczby liter ale tylko w dwóch blokach.
Np. $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ jest a $\{a^n b^n a^n \mid n \geq 0\}$ nie jest bezkontekstowy.

Czy dany język jest bezkontekstowy lub regularny?

Żeby dowieść, że język **jest** bezkontekstowy [ew. regularny], należy znaleźć dla niego gramatykę bezkontekstową [prawoliniową].

Żeby dowieść, że język **nie jest** bezkontekstowy [regularny], należy udowodnić, że nie posiada gramatyki bezkontekstowej [prawoliniowej] — to jest **na ogół trudne**.

Bardzo nieformalne kryteria negatywne:

1. Rozpoznanie słowa języka **regularnego** nie wymaga porównywania liczby liter.
Np. język $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ nie jest regularny.
2. Rozpoznanie słowa języka **bezkontekstowego** może wymagać porównania liczby liter ale tylko w dwóch blokach.
Np. $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ jest a $\{a^n b^n a^n \mid n \geq 0\}$ nie jest bezkontekstowy.
3. Rozpoznanie słowa języka **bezkontekstowego** może wymagać **porównania** liczby liter j.w., ale nie może wymagać **obliczeń** arytmetycznych.
Np. $\{a^n b^{n^2} \mid n \geq 0\}$ nie jest bezkontekstowy.

Czy dany język jest bezkontekstowy lub regularny?

Żeby dowieść, że język **jest** bezkontekstowy [ew. regularny], należy znaleźć dla niego gramatykę bezkontekstową [prawoliniową].

Żeby dowieść, że język **nie jest** bezkontekstowy [regularny], należy udowodnić, że nie posiada gramatyki bezkontekstowej [prawoliniowej] — to jest **na ogół trudne**.

Bardzo nieformalne kryteria negatywne:

1. Rozpoznanie słowa języka **regularnego** nie wymaga porównywania liczby liter.
Np. język $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ nie jest regularny.
2. Rozpoznanie słowa języka **bezkontekstowego** może wymagać porównania liczby liter ale tylko w dwóch blokach.
Np. $\{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ jest a $\{a^n b^n a^n \mid n \geq 0\}$ nie jest bezkontekstowy.
3. Rozpoznanie słowa języka **bezkontekstowego** może wymagać **porównania** liczby liter j.w., ale nie może wymagać **obliczeń** arytmetycznych.
Np. $\{a^n b^{n^2} \mid n \geq 0\}$ nie jest bezkontekstowy.
4. Rozpoznanie słowa języka **bezkontekstowego** nie może wymagać pamiętania słów bez ograniczenia długości.
Np. $\{ww^R \mid w \in \Sigma^*\}$ jest a $\{ww \mid w \in \Sigma^*\}$ nie jest bezkontekstowy.

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Języki **regularne** (ale nie dowolne bezkontekstowe) można definiować bez użycia nieterminali.

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Języki **regularne** (ale nie dowolne bezkontekstowe) można definiować bez użycia nieterminali. Często jest to prostsze i czytelniejsze niż podawanie gramatyki.

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Języki **regularne** (ale nie dowolne bezkontekstowe) można definiować bez użycia nieterminali. Często jest to prostsze i czytelniejsze niż podawanie gramatyki.

Wyrażenia regularne spotyka się w różnych postaciach

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Języki **regularne** (ale nie dowolne bezkontekstowe) można definiować bez użycia nieterminali. Często jest to prostsze i czytelniejsze niż podawanie gramatyki.

Wyrażenia regularne spotyka się w różnych postaciach; na przykład

- w **komendach uniksowej konsoli** tekstowej

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Języki **regularne** (ale nie dowolne bezkontekstowe) można definiować bez użycia nieterminali. Często jest to prostsze i czytelniejsze niż podawanie gramatyki.

Wyrażenia regularne spotyka się w różnych postaciach; na przykład

- w komendach uniksowej konsoli tekstowej, np.:

usuń z akt. katalogu wszystkie pliki o nazwach zawierających myślnik:

```
rm *-*
```

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Języki **regularne** (ale nie dowolne bezkontekstowe) można definiować bez użycia nieterminali. Często jest to prostsze i czytelniejsze niż podawanie gramatyki.

Wyrażenia regularne spotyka się w różnych postaciach; na przykład

- w komendach uniksowej konsoli tekstowej, np.:

usuń z akt. katalogu wszystkie pliki o nazwach zawierających myślnik:

```
rm *-*
```

- w językach programowania; np. w Javie

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Języki **regularne** (ale nie dowolne bezkontekstowe) można definiować bez użycia nieterminali. Często jest to prostsze i czytelniejsze niż podawanie gramatyki.

Wyrażenia regularne spotyka się w różnych postaciach; na przykład

- w komendach uniksowej konsoli tekstowej, np.:

usuń z akt. katalogu wszystkie pliki o nazwach zawierających myślnik:

```
rm *-*
```

- w językach programowania; np. w Javie:

sprawdź, czy dany napis zawiera myślnik:

```
iis.ans-elblag.pl/~stefan/Dydaktyka/JezForm/Wyklady/02-pom/Wzorce.java
```

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Języki **regularne** (ale nie dowolne bezkontekstowe) można definiować bez użycia nieterminali. Często jest to prostsze i czytelniejsze niż podawanie gramatyki.

Wyrażenia regularne spotyka się w różnych postaciach; na przykład

- w komendach uniksowej konsoli tekstowej, np.:

usuń z akt. katalogu wszystkie pliki o nazwach zawierających myślnik:

```
rm *-*
```

- w językach programowania; np. w Javie:

sprawdź, czy dany napis zawiera myślnik:

```
iis.ans-elblag.pl/~stefan/Dydaktyka/JezForm/Wyklady/02-pom/Wzorce.java
```

- w edytorach przy szukaniu i zastępowaniu

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Języki **regularne** (ale nie dowolne bezkontekstowe) można definiować bez użycia nieterminali. Często jest to prostsze i czytelniejsze niż podawanie gramatyki.

Wyrażenia regularne spotyka się w różnych postaciach; na przykład

- w komendach uniksowej konsoli tekstowej, np.:

usuń z akt. katalogu wszystkie pliki o nazwach zawierających myślnik:

```
rm *-*
```

- w językach programowania; np. w Javie:

sprawdź, czy dany napis zawiera myślnik:

```
iis.ans-elblag.pl/~stefan/Dydaktyka/JezForm/Wyklady/02-pom/Wzorce.java
```

- w edytorach przy szukaniu i zastępowaniu, np.

wszystkie myślniki wydzielone spacjami zastąp przez podkreślone odstępy:

```
Alt-X replace-regexp
```

```
" - "
```

```
" _ "
```

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

DEFINICJA: (wyrażenia regularne)

(specjalne znaki nie należące do alfabetu: {, }, |, *)

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (WR)

DEFINICJA: (wyrażenia regularne)

(specjalne znaki nie należące do alfabetu: {, }, |, *)

- **litery** alfabetu są WR

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (WR)

DEFINICJA: (wyrażenia regularne)

(specjalne znaki nie należące do alfabetu: $\{$, $\}$, $|$, $*$)

- **litery** alfabetu są WR
- **złożenie (konkatenacja)** WR jest WR:
jeśli W_1 i W_2 są WR, to $\{W_1W_2\}$ jest WR

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

DEFINICJA: (wyrażenia regularne)

(specjalne znaki nie należące do alfabetu: $\{$, $\}$, $|$, $*$)

- **litery** alfabetu są **WR**
- **złożenie (konkatenacja)** **WR** jest **WR**:
jeśli W_1 i W_2 są **WR**, to $\{W_1 W_2\}$ jest **WR**
- **suma** **WR** jest **WR**:
jeśli W_1 i W_2 są **WR**, to $\{W_1 \mid W_2\}$ jest **WR**

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

DEFINICJA: (wyrażenia regularne)

(specjalne znaki nie należące do alfabetu: $\{$, $\}$, $|$, $*$)

- **litery** alfabetu są **WR**
- **złożenie (konkatenacja)** **WR** jest **WR**:
jeśli W_1 i W_2 są **WR**, to $\{W_1 W_2\}$ jest **WR**
- **suma** **WR** jest **WR**:
jeśli W_1 i W_2 są **WR**, to $\{W_1 | W_2\}$ jest **WR**
- **domk. Kleenego (iteracja)** **WR** jest **WR**:
jeśli W jest **WR**, to $\{W\}^*$ jest **WR**

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

DEFINICJA: (wyrażenia regularne)

(specjalne znaki nie należące do alfabetu: $\{$, $\}$, $|$, $*$)

- **litery** alfabetu są **WR**
- **złożenie (konkatenacja)** **WR** jest **WR**:
jeśli W_1 i W_2 są **WR**, to $\{W_1 W_2\}$ jest **WR**
- **suma** **WR** jest **WR**:
jeśli W_1 i W_2 są **WR**, to $\{W_1 | W_2\}$ jest **WR**
- **domk. Kleenego (iteracja)** **WR** jest **WR**:
jeśli W jest **WR**, to $\{W\}^*$ jest **WR**

Umowa notacyjna: opuszczamy zbędne klamry, przyjmując, że

- najsilniej łączy $*$ a najslabiej $|$,
- złożenie i suma łączą do lewej.

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

DEFINICJA: (wyrażenia regularne)

(specjalne znaki nie należące do alfabetu: $\{$, $\}$, $|$, $*$)

- **litery** alfabetu są **WR**
- **złożenie (konkatenacja)** **WR** jest **WR**:
jeśli W_1 i W_2 są **WR**, to $\{W_1 W_2\}$ jest **WR**
- **suma** **WR** jest **WR**:
jeśli W_1 i W_2 są **WR**, to $\{W_1 | W_2\}$ jest **WR**
- **domk. Kleenego (iteracja)** **WR** jest **WR**:
jeśli W jest **WR**, to $\{W\}^*$ jest **WR**

Umowa notacyjna: opuszczamy zbędne klamry, przyjmując, że

- najsilniej łączy $*$ a najslabiej $|$,
 - złożenie i suma łączą do lewej.
-

Np. zamiast

$$\left\{ \left\{ \left\{ \{ab\} a \right\} | \left\{ a \{c\}^* \right\} \right\} | \{cb\} \right\}$$

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

DEFINICJA: (wyrażenia regularne)

(specjalne znaki nie należące do alfabetu: $\{$, $\}$, $|$, $*$)

- **litery** alfabetu są **WR**
- **złożenie (konkatenacja)** **WR** jest **WR**:
jeśli W_1 i W_2 są **WR**, to $\{W_1 W_2\}$ jest **WR**
- **suma** **WR** jest **WR**:
jeśli W_1 i W_2 są **WR**, to $\{W_1 | W_2\}$ jest **WR**
- **domk. Kleenego (iteracja)** **WR** jest **WR**:
jeśli W jest **WR**, to $\{W\}^*$ jest **WR**

Umowa notacyjna: opuszczamy zbędne klamry, przyjmując, że

- najsilniej łączy $*$ a najslabiej $|$,
- złożenie i suma łączą do lewej.

Np. zamiast

$$\left\{ \left\{ \left\{ \{ab\} a \right\} | \left\{ a \{c\}^* \right\} \right\} | \{cb\} \right\}$$

można napisać

$$aba | ac^* | cb$$

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

DEFINICJA: (wyrażenia regularne)

(specjalne znaki nie należące do alfabetu: $\{$, $\}$, $|$, $*$)

- **litery** alfabetu są **WR**
- **złożenie (konkatenacja)** **WR** jest **WR**:
jeśli W_1 i W_2 są **WR**, to $\{W_1 W_2\}$ jest **WR**
- **suma** **WR** jest **WR**:
jeśli W_1 i W_2 są **WR**, to $\{W_1 | W_2\}$ jest **WR**
- **domk. Kleenego (iteracja)** **WR** jest **WR**:
jeśli W jest **WR**, to $\{W\}^*$ jest **WR**

Umowa notacyjna: opuszczamy zbędne klamry, przyjmując, że

- najsilniej łączy $*$ a najslabiej $|$,
- złożenie i suma łączą do lewej.

Np. zamiast

$$\left\{ \left\{ \left\{ \{ab\} a \right\} | \left\{ a \{c\}^* \right\} \right\} | \{cb\} \right\}$$

można napisać

aba	ac^*	cb
=====	=====	=====

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Każdemu wyrażeniu regularnemu **odpowiada** język

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Każdemu wyrażeniu regularnemu **odpowiada** język:

- pojedynczej literze σ **odpowiada** jednowyrazowy język $\{\sigma\}$

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Każdemu wyrażeniu regularnemu **odpowiada** język:

- pojedynczej literze σ **odpowiada** jednowyrazowy język $\{\sigma\}$
- jeśli wyrażeniu W_1 **odpowiada** język L_1
a wyrażeniu W_2 **odpowiada** język L_2 ,
to wyrażeniu $\{W_1W_2\}$ **odpowiada** język złożenia (konkatenacji)
$$\{w_1w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$$

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Każdemu wyrażeniu regularnemu **odpowiada** język:

- pojedynczej literze σ **odpowiada** jednowyrazowy język $\{\sigma\}$
- jeśli wyrażeniu W_1 **odpowiada** język L_1
a wyrażeniu W_2 **odpowiada** język L_2 ,
to wyrażeniu $\{W_1W_2\}$ **odpowiada** język złożenia (konkatenacji)
$$\{w_1w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$$
- jeśli wyrażeniu W_1 **odpowiada** język L_1
a wyrażeniu W_2 **odpowiada** język L_2 ,
to wyrażeniu $\{W_1 \mid W_2\}$ **odpowiada** suma języków
$$L_1 \cup L_2 = \{w \mid w \in L_1 \vee w \in L_2\}$$

Definiowanie języka przez wyrażenie regularne (**WR**)

Każdemu wyrażeniu regularnemu **odpowiada** język:

- pojedynczej literze σ **odpowiada** jednowyrazowy język $\{\sigma\}$
- jeśli wyrażeniu W_1 **odpowiada** język L_1
 a wyrażeniu W_2 **odpowiada** język L_2 ,
 to wyrażeniu $\{W_1 W_2\}$ **odpowiada** język złożenia (konkatenacji)

$$\{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1 \wedge w_2 \in L_2\}$$
- jeśli wyrażeniu W_1 **odpowiada** język L_1
 a wyrażeniu W_2 **odpowiada** język L_2 ,
 to wyrażeniu $\{W_1 \mid W_2\}$ **odpowiada** suma języków

$$L_1 \cup L_2 = \{w \mid w \in L_1 \vee w \in L_2\}$$
- jeśli wyrażeniu W **odpowiada** język L ,
 to wyrażeniu $\{W\}^*$ **odpowiada** nieskończona suma języków

$$\{\lambda\} \cup L \cup LL \cup LLL \cup LLLL \cup \dots$$

Wyrażenia regularne a języki regularne

TWIERDZENIE:

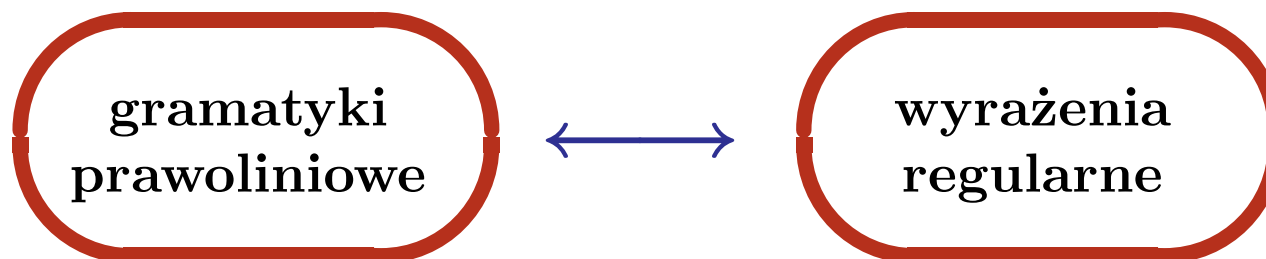
*Każdy **język regularny** odpowiada jakiemuś **wyrażeniu regularnemu**.*

Wyrażenia regularne a języki regularne

TWIERDZENIE:

Każdy *język regularny* odpowiada jakiemuś *wyrażeniu regularnemu*.

Każdy język, który odpowiada jakiemuś *wyrażeniu regularnemu*, jest *regularny*.

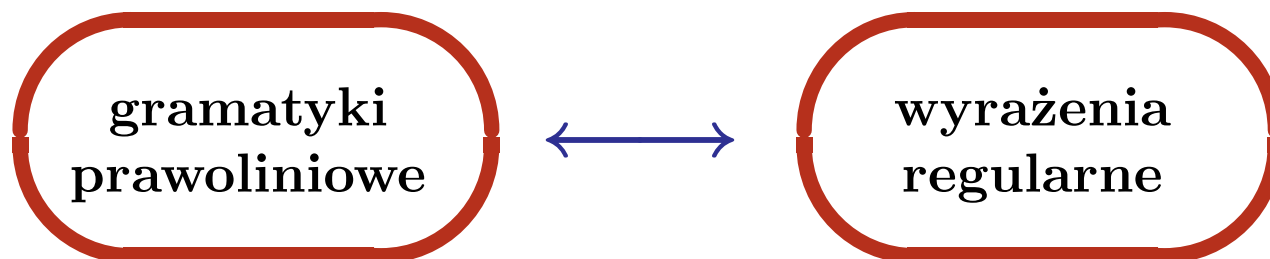


Wyrażenia regularne a języki regularne

TWIERDZENIE:

*Każdy **język regularny** odpowiada jakiemuś **wyrażeniu regularnemu**.*

*Każdy język, który **odpowiada** jakiemuś **wyrażeniu regularnemu**, jest **regularny**.*



Czyli:

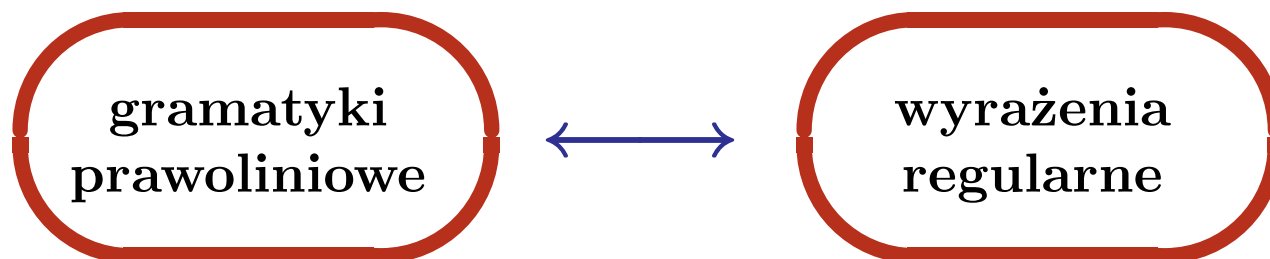
Języki regularne można definiować

Wyrażenia regularne a języki regularne

TWIERDZENIE:

*Każdy **język regularny** odpowiada jakiemuś **wyrażeniu regularnemu**.*

*Każdy język, który **odpowiada** jakiemuś **wyrażeniu regularnemu**, jest **regularny**.*



Czyli:

Języki regularne można definiować

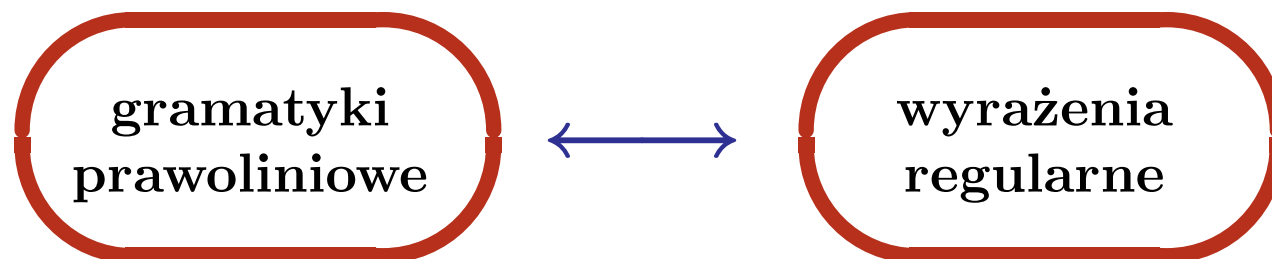
- albo przy pomocy **gramatyk prawoliniowych**

Wyrażenia regularne a języki regularne

TWIERDZENIE:

*Każdy **język regularny** odpowiada jakiemuś **wyrażeniu regularnemu**.*

*Każdy język, który **odpowiada** jakiemuś **wyrażeniu regularnemu**, jest **regularny**.*



Czyli:

Języki regularne można definiować

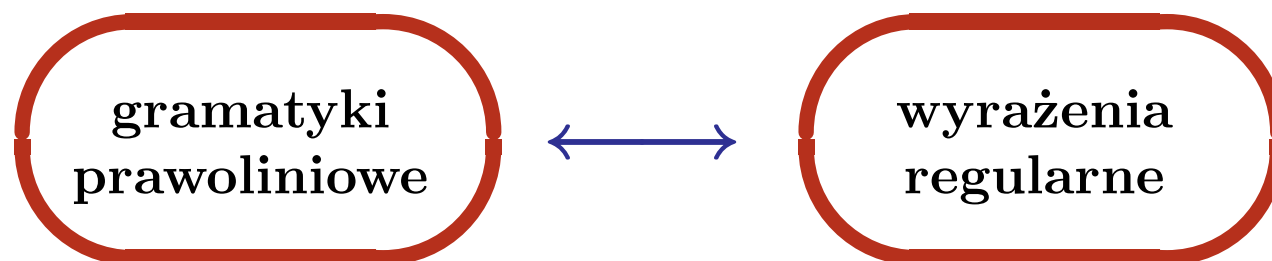
- albo przy pomocy **gramatyk prawoliniowych**,
- albo przy pomocy **wyrażeń regularnych**

Wyrażenia regularne a języki regularne

TWIERDZENIE:

Każdy *język regularny* odpowiada jakiemuś *wyrażeniu regularnemu*.

Każdy język, który *odpowiada* jakiemuś *wyrażeniu regularnemu*, jest *regularny*.



Czyli:

Języki regularne można definiować

- albo przy pomocy *gramatyk prawoliniowych*,
- albo przy pomocy *wyrażeń regularnych*

— to wychodzi na jedno.

Wyrażenia regularne a języki regularne

PRZYKŁAD:

Gramatyka prawoliniowa:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \lambda \\ S &\rightarrow abS \\ S &\rightarrow cS \end{aligned}$$

Wyrażenia regularne a języki regularne

PRZYKŁAD:

Gramatyka prawoliniowa:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \lambda \\ S &\rightarrow abS \\ S &\rightarrow cS \end{aligned}$$



Wyrażenie regularne:

$$\{ab \mid c\}^*$$

Wyrażenia regularne a języki regularne

PRZYKŁAD:

Gramatyka prawoliniowa:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \lambda \\ S &\rightarrow abS \\ S &\rightarrow cS \end{aligned}$$



Wyrażenie regularne:

$$\{ab \mid c\}^*$$

PRZYKŁAD:

Wyrażenie regularne:

$$a^*c^* \mid ba$$

Wyrażenia regularne a języki regularne

PRZYKŁAD:

Gramatyka prawoliniowa:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \lambda \\ S &\rightarrow abS \\ S &\rightarrow cS \end{aligned}$$



Wyrażenie regularne:

$$\{ab \mid c\}^*$$

PRZYKŁAD:

Wyrażenie regularne:

$$a^*c^* \mid ba$$



Gramatyka prawoliniowa:

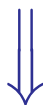
$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \\ S &\rightarrow ba \\ A &\rightarrow C \\ A &\rightarrow aA \\ C &\rightarrow \lambda \\ C &\rightarrow cC \end{aligned}$$

Wyrażenia regularne a języki regularne

PRZYKŁAD:

Gramatyka prawoliniowa:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow \lambda \\ S &\rightarrow abS \\ S &\rightarrow cS \end{aligned}$$



Wyrażenie regularne:

$$\{ab \mid c\}^*$$

PRZYKŁAD:

Wyrażenie regularne:

$$a^*c^* \mid ba$$



Gramatyka prawoliniowa:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \\ S &\rightarrow ba \\ A &\rightarrow C \\ A &\rightarrow aA \\ C &\rightarrow \lambda \\ C &\rightarrow cC \end{aligned}$$

Proste przejście między gramatyką regularną a wyrażeniem regularnym.

Wyrażenia regularne

Wyrażenie regularne jest **wzorcem** słowa z języka:

- | oznacza „lub” ,
- * oznacza powtarzanie (0 lub więcej razy)

Wyrażenia regularne

Wyrażenie regularne jest **wzorcem** słowa z języka:

- $|$ oznacza „lub”,
- $*$ oznacza powtarzanie (0 lub więcej razy)

PRZYKŁAD:

$\{0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9\}$

do tego wzorca pasuje dowolna cyfra

Wyrażenia regularne

Wyrażenie regularne jest **wzorcem** słowa z języka:

- $|$ oznacza „lub”,
- $*$ oznacza powtarzanie (0 lub więcej razy)

PRZYKŁAD:

$\{0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9\}$

do tego wzorca pasuje dowolna cyfra

$\{a \mid b\}c$

jedno ze słów ac i bc

Wyrażenia regularne

Wyrażenie regularne jest **wzorcem** słowa z języka:

- $|$ oznacza „lub”,
- $*$ oznacza powtarzanie (0 lub więcej razy)

PRZYKŁAD:

$\{0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9\}$

do tego wzorca pasuje dowolna cyfra

$\{a b\}c$		$a bc$
jedno ze słów ac i bc		jedno ze słów a i bc

Wyrażenia regularne

Wyrażenie regularne jest **wzorcem** słowa z języka:

- $|$ oznacza „lub”,
- $*$ oznacza powtarzanie (0 lub więcej razy)

PRZYKŁAD:

$\{0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9\}$

do tego wzorca pasuje dowolna cyfra

$\{a b\}c$		$a bc$
jedno ze słów ac i bc		jedno ze słów a i bc

$\{a | b\}^*$

dowolne słowo napisane literami

a i b (łącznie z λ)

Wyrażenia regularne

Wyrażenie regularne jest **wzorcem** słowa z języka:

- $|$ oznacza „lub”,
- $*$ oznacza powtarzanie (0 lub więcej razy)

PRZYKŁAD:

$\{0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9\}$

do tego wzorca pasuje dowolna cyfra

$\{a b\}c$		$a bc$
jedno ze słów ac i bc		jedno ze słów a i bc

$\{a b\}^*$		$a^* b^*$
dowolne słowo napisane literami a i b (łącznie z λ)		słowo z samych liter a lub słowo z samych liter b

Wyrażenia regularne

Wyrażenie regularne jest **wzorcem** słowa z języka:

- $|$ oznacza „lub”,
- $*$ oznacza powtarzanie (0 lub więcej razy)

PRZYKŁAD:

$$\{ab\}^*$$

Wyrażenia regularne

Wyrażenie regularne jest **wzorcem** słowa z języka:

- $|$ oznacza „lub”,
- $*$ oznacza powtarzanie (0 lub więcej razy)

PRZYKŁAD:

$\{ab\}^*$		a^*b^*
słowa postaci $ab\ ab\ \dots\ ab$		

Wyrażenia regularne

Wyrażenie regularne jest **wzorcem** słowa z języka:

- $|$ oznacza „lub”,
- $*$ oznacza powtarzanie (0 lub więcej razy)

PRZYKŁAD:

$\{ab\}^*$ słowa postaci $ab\ ab\ \dots\ ab$		a^*b^* słowa postaci $aa\ \dots\ a\ bb\ \dots\ b$
$\{a^*b\}^*$		

Wyrażenia regularne

Wyrażenie regularne jest **wzorcem** słowa z języka:

- $|$ oznacza „lub”,
- $*$ oznacza powtarzanie (0 lub więcej razy)

PRZYKŁAD:

$\{ab\}^*$ słowa postaci $ab\ ab\ \dots\ ab$		a^*b^* słowa postaci $aa\ \dots\ a\ bb\ \dots\ b$
---	--	--

$\{a^*b\}^*$
słowa postaci $aa\ \dots\ b\ aa\ \dots\ b\ \dots\ aa\ \dots\ b$

$\{0\ |\ \dots\ |\ 9\} \{0\ |\ \dots\ |\ 9\} - \{0\ |\ \dots\ |\ 9\} \{0\ |\ \dots\ |\ 9\} \{0\ |\ \dots\ |\ 9\}$

Wyrażenia regularne

Wyrażenie regularne jest **wzorcem** słowa z języka:

- $|$ oznacza „lub”,
- $*$ oznacza powtarzanie (0 lub więcej razy)

PRZYKŁAD:

$\{ab\}^*$ słowa postaci $ab\ ab\ \dots\ ab$		a^*b^* słowa postaci $aa\ \dots\ a\ bb\ \dots\ b$
---	--	--

$\{a^*b\}^*$
słowa postaci $aa\ \dots\ b\ aa\ \dots\ b\ \dots\ aa\ \dots\ b$

$\{0\ |\ \dots\ |\ 9\} \{0\ |\ \dots\ |\ 9\} - \{0\ |\ \dots\ |\ 9\} \{0\ |\ \dots\ |\ 9\} \{0\ |\ \dots\ |\ 9\}$
dowolny kod pocztowy (dwie cyfry, myślnik, trzy cyfry)

Wyrażenia regularne

W „prawdziwym” świecie postać wyrażenia regularnego jest na ogół znacznie bardziej skomplikowana,

Wyrażenia regularne

W „prawdziwym” świecie postać wyrażenia regularnego jest na ogół znacznie bardziej skomplikowana,

ale

w zasadzie daje się sprowadzić do tych omówionych

Wyrażenia regularne

W „prawdziwym” świecie postać wyrażenia regularnego jest na ogół znacznie bardziej skomplikowana,

ale

w zasadzie daje się sprowadzić do tych omówionych:

- pojedyncza litera alfabetu

Wyrażenia regularne

W „prawdziwym” świecie postać wyrażenia regularnego jest na ogół znacznie bardziej skomplikowana,

ale

w zasadzie daje się sprowadzić do tych omówionych:

- pojedyncza litera alfabetu
- złożenie (konkatenacja)

Wyrażenia regularne

W „prawdziwym” świecie postać wyrażenia regularnego jest na ogół znacznie bardziej skomplikowana,

ale

w zasadzie daje się sprowadzić do tych omówionych:

- pojedyncza litera alfabetu
- złożenie (konkatenacja)
- suma

Wyrażenia regularne

W „prawdziwym” świecie postać wyrażenia regularnego jest na ogół znacznie bardziej skomplikowana,

ale

w zasadzie daje się sprowadzić do tych omówionych:

- pojedyncza litera alfabetu
- złożenie (konkatenacja)
- suma
- domk. Kleenego (iteracja)