

Stefan Sokołowski

JĘZYKI FORMALNE I METODY KOMPILACJI

wykład 3

Inst. Informatyki Stosowanej, ANS

Elbląg, 2025/2026

Umowa notacyjna dla gramatyk bezkontekstowych

Umowa notacyjna dla gramatyk bezkontekstowych

- ponieważ **nieterminale** oznaczają pojęcia — sugestywne nazwy
np. „wyrażenie”, „liczba”

Umowa notacyjna dla gramatyk bezkontekstowych

- ponieważ **nieterminale** oznaczają pojęcia — sugestywne nazwy
np. „wyrażenie”, „liczba”
- **nieterminale ujmujemy** w nawiasy kątowe: $\langle \dots \rangle$
np. $\langle \text{wyrażenie} \rangle$, $\langle \text{liczba} \rangle$

Umowa notacyjna dla gramatyk bezkontekstowych

- ponieważ **nieterminale** oznaczają pojęcia — sugestywne nazwy
np. „wyrażenie”, „liczba”
- **nieterminale ujmujemy** w nawiasy kątowe: $\langle \dots \rangle$
np. $\langle \text{wyrażenie} \rangle$, $\langle \text{liczba} \rangle$
- wszystkie produkcje z pojedynczego nieterminalu **grupujemy**

Umowa notacyjna dla gramatyk bezkontekstowych

- ponieważ **nieterminale** oznaczają pojęcia — sugestywne nazwy
np. „wyrażenie”, „liczba”
- nieterminale ujmujemy** w nawiasy kątowe: $\langle \dots \rangle$
np. $\langle \text{wyrażenie} \rangle$, $\langle \text{liczba} \rangle$
- wszystkie produkcje z pojedynczego nieterminalu **grupujemy**; np.:

piszemy	zamiast
$\langle \text{cyfra} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$	$\langle \text{cyfra} \rangle \rightarrow 0$ $\langle \text{cyfra} \rangle \rightarrow 1$ $\dots$ $\langle \text{cyfra} \rangle \rightarrow 9$

Umowa notacyjna dla gramatyk bezkontekstowych

- ponieważ **nieterminale** oznaczają pojęcia — sugestywne nazwy
np. „wyrażenie”, „liczba”
- nieterminale ujmujemy** w nawiasy kątowe: $\langle \dots \rangle$
np. $\langle \text{wyrażenie} \rangle$, $\langle \text{liczba} \rangle$
- wszystkie produkcje z pojedynczego nieterminalu **grupujemy**; np.:

piszemy	zamiast
$\langle \text{cyfra} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$	$\langle \text{cyfra} \rangle \rightarrow 0$ $\langle \text{cyfra} \rangle \rightarrow 1$ $\dots$ $\langle \text{cyfra} \rangle \rightarrow 9$
$\langle \text{liczba} \rangle ::= \langle \text{cyfra} \rangle \mid \langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle$	$\langle \text{liczba} \rangle \rightarrow \langle \text{cyfra} \rangle$ $\langle \text{liczba} \rangle \rightarrow \langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle$

Backus-Naur Form

Backus-Naur Form



John Backus
USA
1924–2007



Peter Naur
Dania
1928–2016

Backus-Naur Form

Sposób opisu składni języków programowania:

- **nieterminale** — sugestywne nazwy ujęte w nawiasy kątowne

Backus-Naur Form

Sposób opisu składni języków programowania:

- **nieterminale** — sugestywne nazwy ujęte w nawiasy kątowne
- **produkcje** z jednego nieterminalu napisane razem

Backus-Naur Form

Sposób opisu składni języków programowania:

- **nieterminale** — sugestywne nazwy ujęte w nawiasy kątowne
- **produkcje** z jednego nieterminalu napisane razem

Prostacki przykład:

$\langle \text{program} \rangle ::= \langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{komendy} \rangle$

Backus-Naur Form

Sposób opisu składni języków programowania:

- **nieterminale** — sugestywne nazwy ujęte w nawiasy kątowne
- **produkcje** z jednego nieterminalu napisane razem

Prostacki przykład:

$$\begin{aligned}
 \langle \text{program} \rangle & ::= \langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{komendy} \rangle \\
 \langle \text{deklaracje} \rangle & ::= \lambda \mid \langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{deklaracja} \rangle
 \end{aligned}$$

— ciąg $\langle \text{deklaracja} \rangle$

Backus-Naur Form

Sposób opisu składni języków programowania:

- **nieterminale** — sugestywne nazwy ujęte w nawiasy kątowne
- **produkcje** z jednego nieterminalu napisane razem

Prostacki przykład:

$\langle \text{program} \rangle$	$::=$	$\langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{komendy} \rangle$	
$\langle \text{deklaracje} \rangle$	$::=$	$\lambda \mid \langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{deklaracja} \rangle$	— ciąg $\langle \text{deklaracja} \rangle$
$\langle \text{deklaracja} \rangle$	$::=$	$\langle \text{typ} \rangle \langle \text{identyfikator} \rangle ;$	

Backus-Naur Form

Sposób opisu składni języków programowania:

- **nieterminale** — sugestywne nazwy ujęte w nawiasy kątowne
- **produkcje** z jednego nieterminalu napisane razem

Prostacki przykład:

$\langle \text{program} \rangle$	$::=$	$\langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{komendy} \rangle$	
$\langle \text{deklaracje} \rangle$	$::=$	$\lambda \mid \langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{deklaracja} \rangle$	— ciąg $\langle \text{deklaracja} \rangle$
$\langle \text{deklaracja} \rangle$	$::=$	$\langle \text{typ} \rangle \langle \text{identyfikator} \rangle ;$	
$\langle \text{typ} \rangle$	$::=$	$\text{int} \mid \text{double} \mid \text{char}$	

Backus-Naur Form

Sposób opisu składni języków programowania:

- **nieterminale** — sugestywne nazwy ujęte w nawiasy kątowne
- **produkcje** z jednego nieterminalu napisane razem

Prostacki przykład:

$\langle \text{program} \rangle$	$::=$	$\langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{komendy} \rangle$	
$\langle \text{deklaracje} \rangle$	$::=$	$\lambda \mid \langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{deklaracja} \rangle$	— ciąg $\langle \text{deklaracja} \rangle$
$\langle \text{deklaracja} \rangle$	$::=$	$\langle \text{typ} \rangle \langle \text{identyfikator} \rangle ;$	
$\langle \text{typ} \rangle$	$::=$	$\text{int} \mid \text{double} \mid \text{char}$	
$\langle \text{komendy} \rangle$	$::=$	$\lambda \mid \langle \text{komendy} \rangle \langle \text{komenda} \rangle$	— ciąg $\langle \text{komenda} \rangle$

Backus-Naur Form

Sposób opisu składni języków programowania:

- **nieterminale** — sugestywne nazwy ujęte w nawiasy kątowne
- **produkcje** z jednego nieterminalu napisane razem

Prostacki przykład:

$\langle \text{program} \rangle$	$::=$	$\langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{komendy} \rangle$	
$\langle \text{deklaracje} \rangle$	$::=$	$\lambda \mid \langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{deklaracja} \rangle$	— ciąg $\langle \text{deklaracja} \rangle$
$\langle \text{deklaracja} \rangle$	$::=$	$\langle \text{typ} \rangle \langle \text{identyfikator} \rangle ;$	
$\langle \text{typ} \rangle$	$::=$	$\text{int} \mid \text{double} \mid \text{char}$	
$\langle \text{komendy} \rangle$	$::=$	$\lambda \mid \langle \text{komendy} \rangle \langle \text{komenda} \rangle$	— ciąg $\langle \text{komenda} \rangle$
$\langle \text{komenda} \rangle$	$::=$	$\langle \text{identyfikator} \rangle = \langle \text{wyrażenie} \rangle ;$	— przypisanie
		$\mid \{ \langle \text{program} \rangle \}$	— blok

Backus-Naur Form

Sposób opisu składni języków programowania:

- **nieterminale** — sugestywne nazwy ujęte w nawiasy kątowne
- **produkcje** z jednego nieterminalu napisane razem

Prostacki przykład:

$\langle \text{program} \rangle$	$::=$	$\langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{komendy} \rangle$	
$\langle \text{deklaracje} \rangle$	$::=$	$\lambda \mid \langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{deklaracja} \rangle$	— ciąg $\langle \text{deklaracja} \rangle$
$\langle \text{deklaracja} \rangle$	$::=$	$\langle \text{typ} \rangle \langle \text{identyfikator} \rangle ;$	
$\langle \text{typ} \rangle$	$::=$	$\text{int} \mid \text{double} \mid \text{char}$	
$\langle \text{komendy} \rangle$	$::=$	$\lambda \mid \langle \text{komendy} \rangle \langle \text{komenda} \rangle$	— ciąg $\langle \text{komenda} \rangle$
$\langle \text{komenda} \rangle$	$::=$	$\langle \text{identyfikator} \rangle = \langle \text{wyrażenie} \rangle ;$	— przypisanie
		$\mid \{ \langle \text{program} \rangle \}$	— blok
$\langle \text{wyrażenie} \rangle$	$::=$	$\dots$	
$\langle \text{identyfikator} \rangle$	$::=$	$\dots$	

Backus-Naur Form

Sposób opisu składni języków programowania:

- **nieterminale** — sugestywne nazwy ujęte w nawiasy kątowne
- **produkcje** z jednego nieterminalu napisane razem

Prostacki przykład:

$\langle \text{program} \rangle$	$::=$	$\langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{komendy} \rangle$	
$\langle \text{deklaracje} \rangle$	$::=$	$\lambda \mid \langle \text{deklaracje} \rangle \langle \text{deklaracja} \rangle$	— ciąg $\langle \text{deklaracja} \rangle$
$\langle \text{deklaracja} \rangle$	$::=$	$\langle \text{typ} \rangle \langle \text{identyfikator} \rangle ;$	
$\langle \text{typ} \rangle$	$::=$	$\text{int} \mid \text{double} \mid \text{char}$	
$\langle \text{komendy} \rangle$	$::=$	$\lambda \mid \langle \text{komendy} \rangle \langle \text{komenda} \rangle$	— ciąg $\langle \text{komenda} \rangle$
$\langle \text{komenda} \rangle$	$::=$	$\langle \text{identyfikator} \rangle = \langle \text{wyrażenie} \rangle ;$	— przypisanie
		$\mid \{ \langle \text{program} \rangle \}$	— blok
$\langle \text{wyrażenie} \rangle$	$::=$	$\dots$	
$\langle \text{identyfikator} \rangle$	$::=$	$\dots$	

Taki opis nadaje się do automatycznego przetwarzania — do (prawie) automatycznej konstrukcji translatora.

Drzewa wywodu

$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \ell \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle) \mid \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle$

Drzewa wywodu

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \ell \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle) \mid \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle$$

to oznacza:

$\langle \text{wyrażenie} \rangle$	$\rightarrow \ell$
$\langle \text{wyrażenie} \rangle$	$\rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle)$
$\langle \text{wyrażenie} \rangle$	$\rightarrow \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle$

Drzewa wywodu

$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \ell \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle) \mid \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle$

Drzewa wywodu

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \ell \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle) \mid \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle$$

$\langle \text{wyrażenie} \rangle$

$\Rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle)$

$\Rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle)$

$\Rightarrow (\ell + \langle \text{wyrażenie} \rangle)$

$\Rightarrow (\ell + \ell)$

Drzewa wywodu

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \ell \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle) \mid \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle$$

$\langle \text{wyrażenie} \rangle$

$\Rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle)$
 $\Rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle)$
 $\Rightarrow (\ell + \langle \text{wyrażenie} \rangle)$
 $\Rightarrow (\ell + \ell)$

$\langle \text{wyrażenie} \rangle$

$\Rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle)$
 $\Rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle)$
 $\Rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle + \ell)$
 $\Rightarrow (\ell + \ell)$

Drzewa wywodu

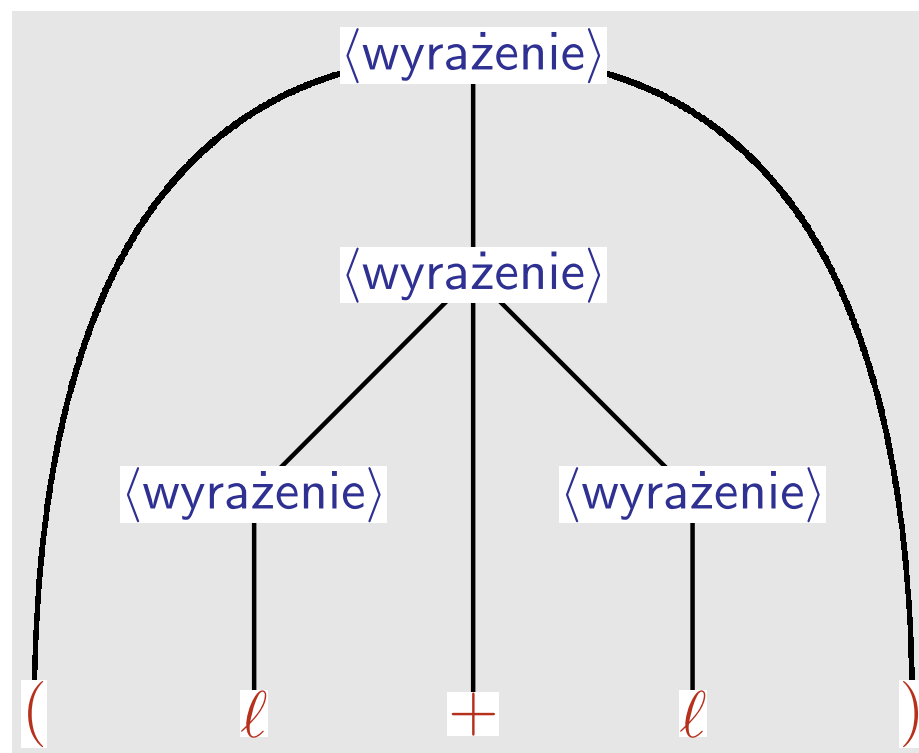
$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \ell \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle) \mid \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle$

$\langle \text{wyrażenie} \rangle$

$\Rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle)$
 $\Rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle)$
 $\Rightarrow (\ell + \langle \text{wyrażenie} \rangle)$
 $\Rightarrow (\ell + \ell)$

$\langle \text{wyrażenie} \rangle$

$\Rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle)$
 $\Rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle)$
 $\Rightarrow (\langle \text{wyrażenie} \rangle + \ell)$
 $\Rightarrow (\ell + \ell)$



Drzewa wywodu

DEFINICJA:

Drzewo wywodu słowa $w \in \Sigma^*$ w gramatyce bezkontekstowej
 $G = \langle \Sigma, N, P, \langle S \rangle \rangle$

Drzewa wywodu

DEFINICJA:

Drzewo wywodu słowa $w \in \Sigma^*$ w gramatyce bezkontekstowej $G = \langle \Sigma, N, P, \langle S \rangle \rangle$ to takie drzewo, które ma:

- w liściach symbole terminalne składające się na słowo w

Drzewa wywodu

DEFINICJA:

Drzewo wywodu słowa $w \in \Sigma^*$ w gramatyce bezkontekstowej $G = \langle \Sigma, N, P, \langle S \rangle \rangle$ to takie drzewo, które ma:

- w liściach symbole terminalne składające się na słowo w ,
- w pozostałych (wewnętrznych) węzłach nieterminale rozmieszczone wg takich zasad:

Drzewa wywodu

DEFINICJA:

Drzewo wywodu słowa $w \in \Sigma^*$ w gramatyce bezkontekstowej $G = \langle \Sigma, N, P, \langle S \rangle \rangle$ to takie drzewo, które ma:

- w liściach symbole terminalne składające się na słowo w ,
- w pozostałych (wewnętrznych) węzłach nieterminale rozmieszczone wg takich zasad:
 - jeśli w jakimś węźle znajduje się nieterminał $\langle A \rangle$ a w jego dzieciach od lewej do prawej symbole $a_1, a_2, \dots, a_n \in \Sigma \cup N$, to $\langle A \rangle \rightarrow a_1 a_2 \dots a_n$ musi być produkcją z P

Drzewa wywodu

DEFINICJA:

Drzewo wywodu słowa $w \in \Sigma^*$ w gramatyce bezkontekstowej $G = \langle \Sigma, N, P, \langle S \rangle \rangle$ to takie drzewo, które ma:

- w liściach symbole terminalne składające się na słowo w ,
- w pozostałych (wewnętrznych) węzłach nieterminale rozmieszczone wg takich zasad:
 - jeśli w jakimś węźle znajduje się nieterminal $\langle A \rangle$ a w jego dzieciach od lewej do prawej symbole $a_1, a_2, \dots, a_n \in \Sigma \cup N$, to $\langle A \rangle \rightarrow a_1 a_2 \dots a_n$ musi być produkcją z P ,
 - w korzeniu znajduje się nieterminal początkowy $\langle S \rangle$.

Drzewa wywodu

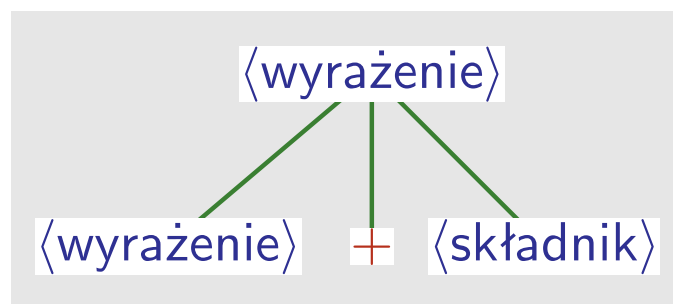
DEFINICJA:

Drzewo wywodu słowa $w \in \Sigma^*$ w gramatyce bezkontekstowej $G = \langle \Sigma, N, P, \langle S \rangle \rangle$ to takie drzewo, które ma:

- w liściach symbole terminalne składające się na słowo w ,
- w pozostałych (wewnętrznych) węzłach nieterminale rozmieszczone wg takich zasad:
 - jeśli w jakimś węźle znajduje się nieterminał $\langle A \rangle$ a w jego dzieciach od lewej do prawej symbole $a_1, a_2, \dots, a_n \in \Sigma \cup N$, to $\langle A \rangle \rightarrow a_1 a_2 \dots a_n$ musi być produkcją z P ,
 - w korzeniu znajduje się nieterminał początkowy $\langle S \rangle$.

PRZYKŁAD:

Fragment drzewa



jest OK ?

Drzewa wywodu

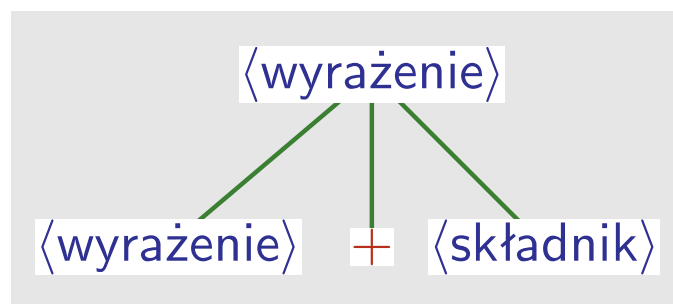
DEFINICJA:

Drzewo wywodu słowa $w \in \Sigma^*$ w gramatyce bezkontekstowej $G = \langle \Sigma, N, P, \langle S \rangle \rangle$ to takie drzewo, które ma:

- w liściach symbole terminalne składające się na słowo w ,
- w pozostałych (wewnętrznych) węzłach nieterminale rozmieszczone wg takich zasad:
 - jeśli w jakimś węźle znajduje się nieterminał $\langle A \rangle$ a w jego dzieciach od lewej do prawej symbole $a_1, a_2, \dots, a_n \in \Sigma \cup N$, to $\langle A \rangle \rightarrow a_1 a_2 \dots a_n$ musi być produkcją z P ,
 - w korzeniu znajduje się nieterminał początkowy $\langle S \rangle$.

PRZYKŁAD:

Fragment drzewa



jest OK jeśli

$\langle \text{wyrażenie} \rangle \rightarrow \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$ jest produkcją z gramatyki.

Drzewa wywodu

Drzewa wywodu słów w gramatyce prawoliniowej są „przeważone” w prawo tak, że stanowią prawie listy

Drzewa wyvodu

Drzewa wyvodu słów w gramatyce prawoliniowej są „przeważone” w prawo tak, że stanowią prawie listy:

$$\begin{aligned}
 \langle E \rangle &::= a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \\
 \langle C \rangle &::= \lambda \mid a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \mid 0 \langle C \rangle \mid 1 \langle C \rangle
 \end{aligned}$$

Drzewa wywodu

Drzewa wywodu słów w gramatyce prawoliniowej są „przeważone” w prawo tak, że stanowią prawie listy:

$$\begin{aligned}\langle E \rangle &::= a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \\ \langle C \rangle &::= \lambda \mid a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \mid 0 \langle C \rangle \mid 1 \langle C \rangle\end{aligned}$$

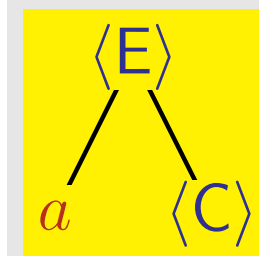
$\langle E \rangle$

$\langle E \rangle$

Drzewa wyvodu

Drzewa wyvodu słów w gramatyce prawoliniowej są „przeważone” w prawo tak, że stanowią prawie listy:

$$\begin{aligned}\langle E \rangle &::= a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \\ \langle C \rangle &::= \lambda \mid a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \mid 0 \langle C \rangle \mid 1 \langle C \rangle\end{aligned}$$

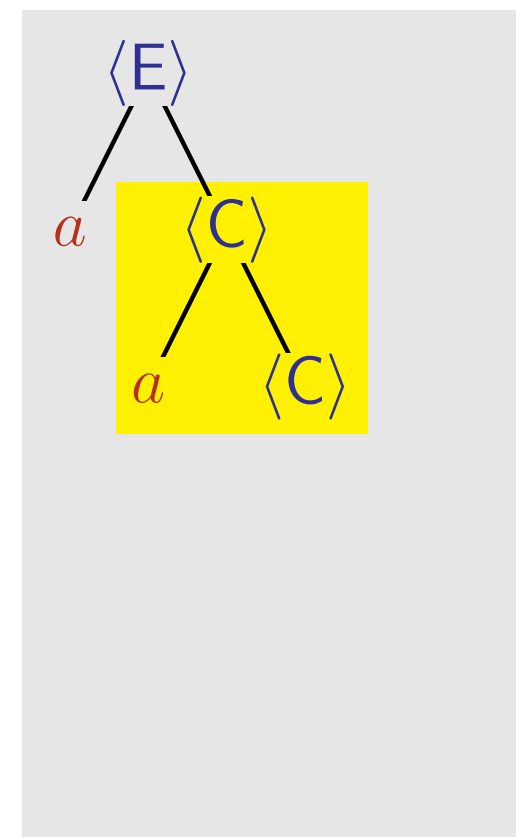


$$\langle E \rangle \Rightarrow a \langle C \rangle$$

Drzewa wyvodu

Drzewa wyvodu słów w gramatyce prawoliniowej są „przeważone” w prawo tak, że stanowią prawie listy:

$$\begin{aligned}\langle E \rangle &::= a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \\ \langle C \rangle &::= \lambda \mid a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \mid 0 \langle C \rangle \mid 1 \langle C \rangle\end{aligned}$$

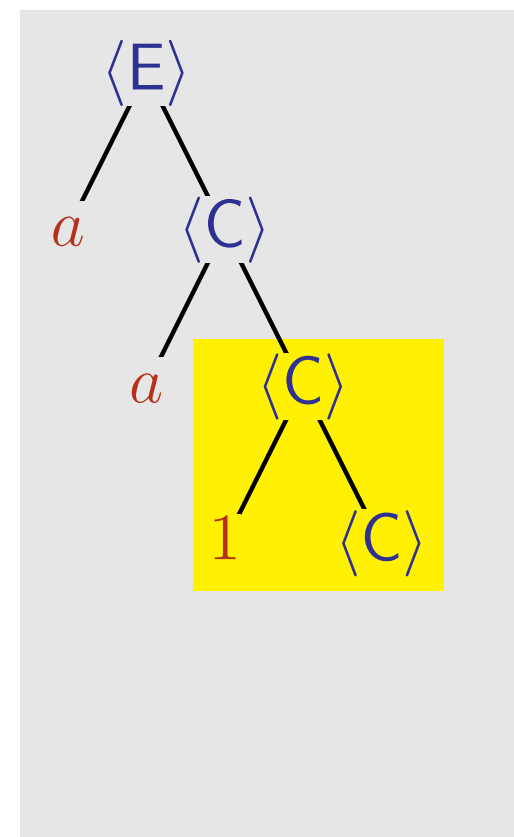


$$\langle E \rangle \Rightarrow a \langle C \rangle \Rightarrow a a \langle C \rangle$$

Drzewa wyvodu

Drzewa wyvodu słów w gramatyce prawoliniowej są „przeważone” w prawo tak, że stanowią prawie listy:

$$\begin{aligned}\langle E \rangle &::= a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \\ \langle C \rangle &::= \lambda \mid a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \mid 0 \langle C \rangle \mid 1 \langle C \rangle\end{aligned}$$

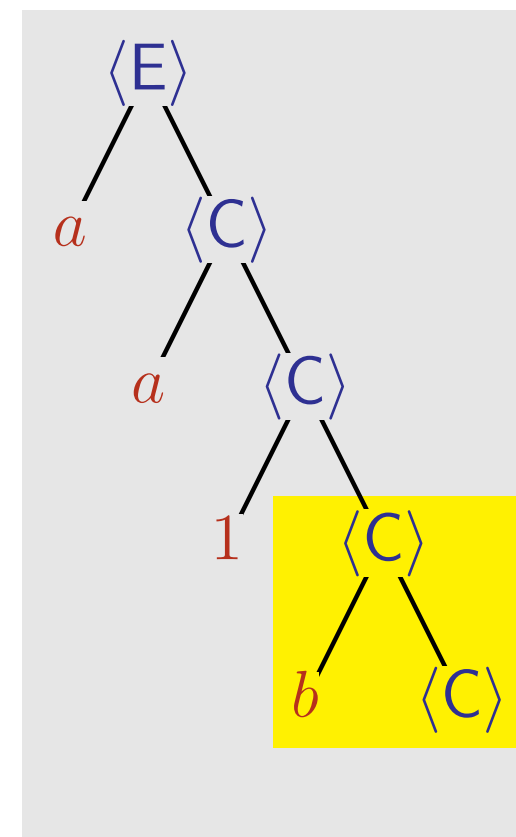


$$\langle E \rangle \Rightarrow a \langle C \rangle \Rightarrow a a \langle C \rangle \Rightarrow a a 1 \langle C \rangle$$

Drzewa wyvodu

Drzewa wyvodu słów w gramatyce prawoliniowej są „przeważone” w prawo tak, że stanowią prawie listy:

$$\begin{aligned}\langle E \rangle &::= a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \\ \langle C \rangle &::= \lambda \mid a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \mid 0 \langle C \rangle \mid 1 \langle C \rangle\end{aligned}$$

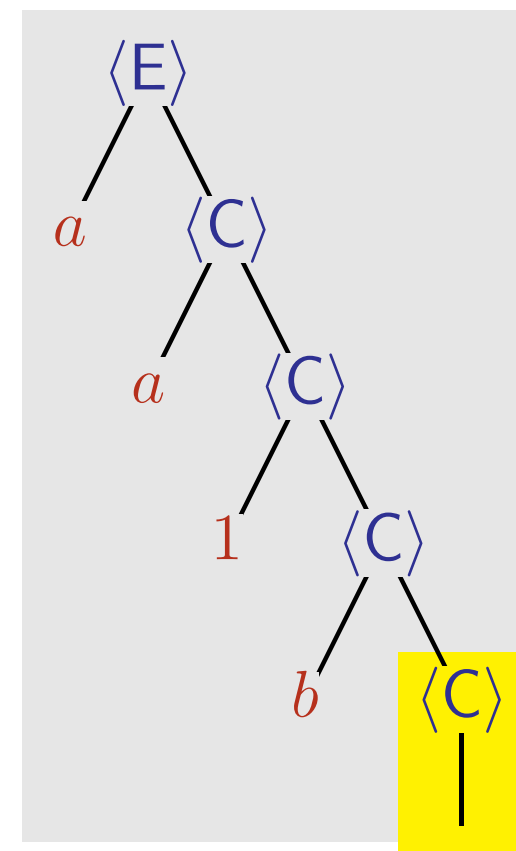


$$\langle E \rangle \Rightarrow a \langle C \rangle \Rightarrow aa \langle C \rangle \Rightarrow aa1 \langle C \rangle \Rightarrow aa1b \langle C \rangle$$

Drzewa wyvodu

Drzewa wyvodu słów w gramatyce prawoliniowej są „przeważone” w prawo tak, że stanowią prawie listy:

$$\begin{aligned}\langle E \rangle &::= a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \\ \langle C \rangle &::= \lambda \mid a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \mid 0 \langle C \rangle \mid 1 \langle C \rangle\end{aligned}$$

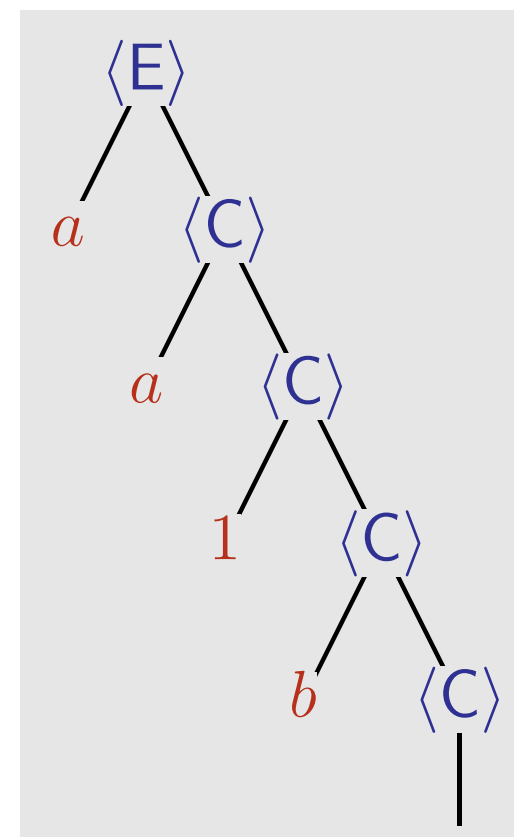


$$\langle E \rangle \Rightarrow a \langle C \rangle \Rightarrow aa \langle C \rangle \Rightarrow aa1 \langle C \rangle \Rightarrow aa1b \langle C \rangle \Rightarrow aa1b \lambda$$

Drzewa wyvodu

Drzewa wyvodu słów w gramatyce prawoliniowej są „przeważone” w prawo tak, że stanowią prawie listy:

$$\begin{aligned}\langle E \rangle &::= a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \\ \langle C \rangle &::= \lambda \mid a \langle C \rangle \mid b \langle C \rangle \mid 0 \langle C \rangle \mid 1 \langle C \rangle\end{aligned}$$



$$\langle E \rangle \Rightarrow a \langle C \rangle \Rightarrow aa \langle C \rangle \Rightarrow aa1 \langle C \rangle \Rightarrow aa1b \langle C \rangle \Rightarrow aa1b$$

Drzewa wywodu

Drzewa wywodu słów w gramatyce bezkontekstowej mogą być „rozczipierzone” we wszystkie strony.

Drzewa wywodu

Drzewa wywodu słów w gramatyce bezkontekstowej mogą być „rozczapierzone” we wszystkie strony.

$$\langle \text{zmienna} \rangle ::= a \mid b \mid \dots \mid z$$
$$\langle \text{cyfra} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$$
$$\langle \text{liczba} \rangle ::= \langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle \mid \langle \text{cyfra} \rangle$$
$$\langle \text{atom} \rangle ::= \langle \text{zmienna} \rangle \mid \langle \text{liczba} \rangle \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle)$$
$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \langle \text{składnik} \rangle \mid \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$$
$$\langle \text{składnik} \rangle ::= \langle \text{atom} \rangle \mid \langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$$

nieterminal
początkowy

Drzewa wywodu

$$\begin{aligned}\langle \text{zmienna} \rangle &::= a \mid b \mid \dots \mid z \\ \langle \text{cyfra} \rangle &::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \\ \langle \text{liczba} \rangle &::= \langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle \mid \langle \text{cyfra} \rangle \\ \langle \text{atom} \rangle &::= \langle \text{zmienna} \rangle \mid \langle \text{liczba} \rangle \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle) \\ \langle \text{wyrażenie} \rangle &::= \langle \text{składnik} \rangle \mid \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle \\ \langle \text{składnik} \rangle &::= \langle \text{atom} \rangle \mid \langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle\end{aligned}$$

Drzewa wywodu

ciąg terminali:

$34 * (x + 11)$

$\langle \text{zmienna} \rangle$	$::=$	a	$ $	b	$ $	$\dots$	$ $	z
$\langle \text{cyfra} \rangle$	$::=$	0	$ $	1	$ $	$\dots$	$ $	9
$\langle \text{liczba} \rangle$	$::=$	$\langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle$	$ $	$\langle \text{cyfra} \rangle$				
$\langle \text{atom} \rangle$	$::=$	$\langle \text{zmienna} \rangle$	$ $	$\langle \text{liczba} \rangle$	$ $	$(\langle \text{wyrażenie} \rangle)$		
$\langle \text{wyrażenie} \rangle$	$::=$	$\langle \text{składnik} \rangle$	$ $	$\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$				
$\langle \text{składnik} \rangle$	$::=$	$\langle \text{atom} \rangle$	$ $	$\langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$				

Drzewa wywodu

ciąg terminali:

34 * (x + 11)

$\langle \text{zmienna} \rangle$	$::=$	a	$ $	b	$ $	$\dots$	$ $	z
$\langle \text{cyfra} \rangle$	$::=$	0	$ $	1	$ $	$\dots$	$ $	9
$\langle \text{liczba} \rangle$	$::=$	$\langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle$	$ $	$\langle \text{cyfra} \rangle$				
$\langle \text{atom} \rangle$	$::=$	$\langle \text{zmienna} \rangle$	$ $	$\langle \text{liczba} \rangle$	$ $	$(\langle \text{wyrażenie} \rangle)$		
$\langle \text{wyrażenie} \rangle$	$::=$	$\langle \text{składnik} \rangle$	$ $	$\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$				
$\langle \text{składnik} \rangle$	$::=$	$\langle \text{atom} \rangle$	$ $	$\langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$				

3 4 * (x + 1 1)

Drzewa wywodu

ciąg terminali:

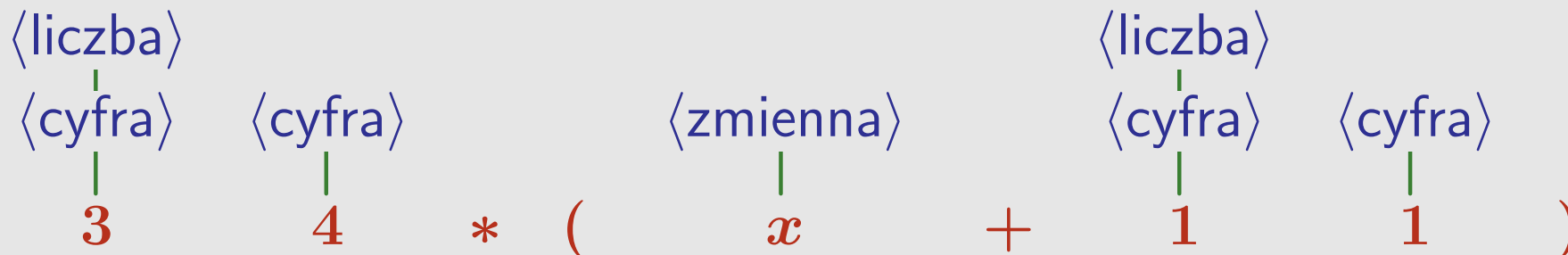
$34 * (x + 11)$

$\langle \text{zmienna} \rangle ::=$	a	b	$\dots$	z
$\langle \text{cyfra} \rangle ::=$	0	1	$\dots$	9
$\langle \text{liczba} \rangle ::=$	$\langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle$	$ $	$\langle \text{cyfra} \rangle$	
$\langle \text{atom} \rangle ::=$	$\langle \text{zmienna} \rangle$	$ $	$\langle \text{liczba} \rangle$	$ $ $(\langle \text{wyrażenie} \rangle)$
$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::=$	$\langle \text{składnik} \rangle$	$ $	$\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$	
$\langle \text{składnik} \rangle ::=$	$\langle \text{atom} \rangle$	$ $	$\langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$	

$\langle \text{cyfra} \rangle$	$\langle \text{cyfra} \rangle$		$\langle \text{zmienna} \rangle$		$\langle \text{cyfra} \rangle$	$\langle \text{cyfra} \rangle$		
$ $	$ $		$ $		$ $	$ $		
3	4	$*$	$($	x	$+$	1	1	$)$

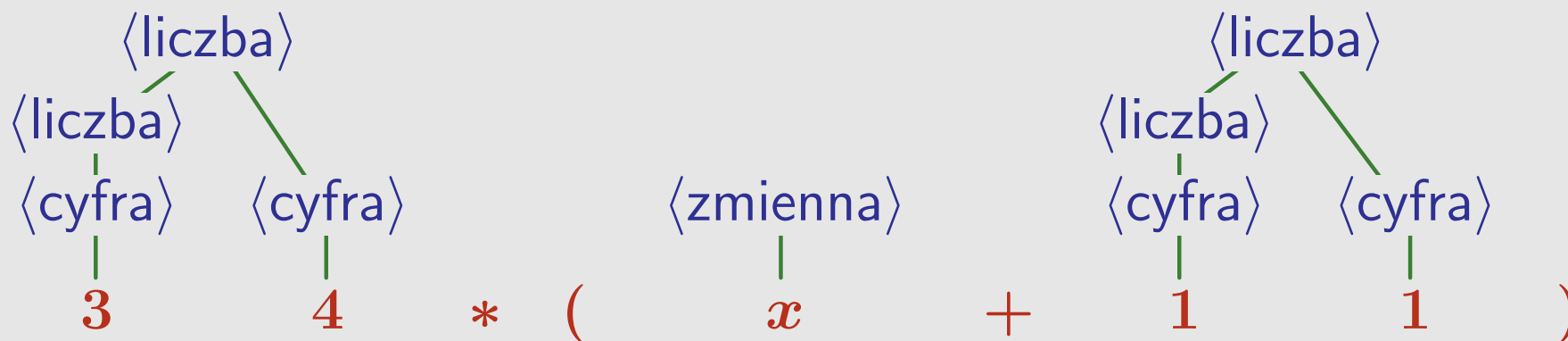
Drzewa wywodu

ciąg terminali:

$$34 * (x + 11)$$
$$\langle \text{zmienna} \rangle ::= a \mid b \mid \dots \mid z$$
$$\langle \text{cyfra} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$$
$$\langle \text{liczba} \rangle ::= \langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle \mid \langle \text{cyfra} \rangle$$
$$\langle \text{atom} \rangle ::= \langle \text{zmienna} \rangle \mid \langle \text{liczba} \rangle \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle)$$
$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \langle \text{składnik} \rangle \quad \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$$
$$\langle \text{składnik} \rangle ::= \langle \text{atom} \rangle \mid \langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$$


Drzewa wywodu

ciąg terminali:

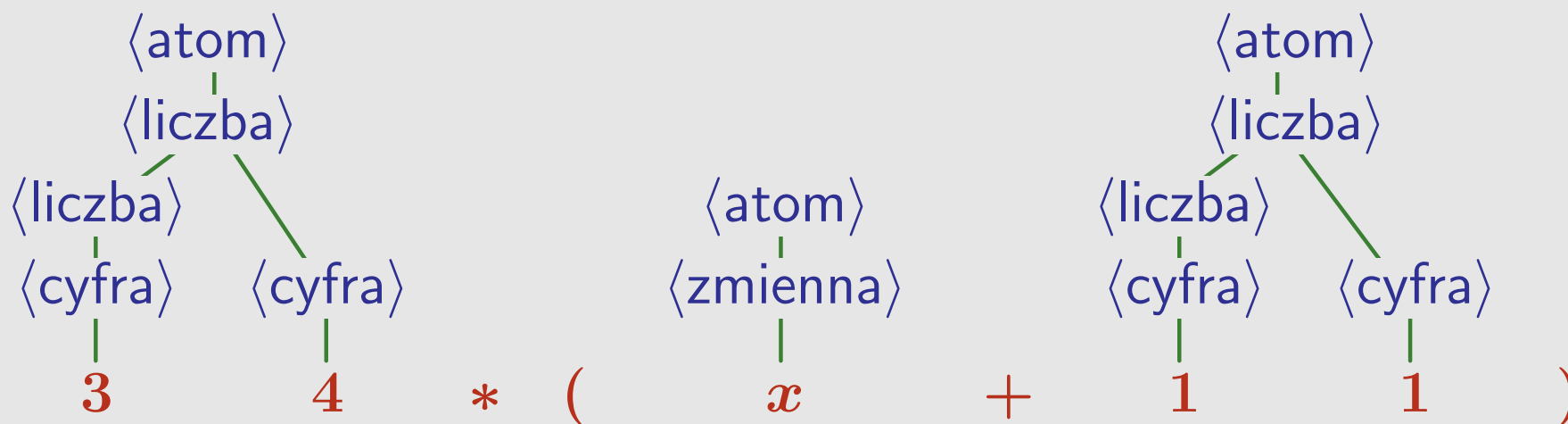
$$34 * (x + 11)$$
$$\langle \text{zmienna} \rangle ::= a \mid b \mid \dots \mid z$$
$$\langle \text{cyfra} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$$
$$\langle \text{liczba} \rangle ::= \langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle \mid \langle \text{cyfra} \rangle$$
$$\langle \text{atom} \rangle ::= \langle \text{zmienna} \rangle \mid \langle \text{liczba} \rangle \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle)$$
$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \langle \text{składnik} \rangle \mid \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$$
$$\langle \text{składnik} \rangle ::= \langle \text{atom} \rangle \mid \langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$$


Drzewa wywodu

ciąg terminali:

34 * (x + 11)

$\langle \text{zmienna} \rangle ::=$	a	b	$\dots$	z
$\langle \text{cyfra} \rangle ::=$	0	1	$\dots$	9
$\langle \text{liczba} \rangle ::=$	$\langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle$	$\langle \text{cyfra} \rangle$		
$\langle \text{atom} \rangle ::=$	$\langle \text{zmienna} \rangle$	$\langle \text{liczba} \rangle$	$(\langle \text{wyrażenie} \rangle)$	
$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::=$	$\langle \text{składnik} \rangle$	$\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$		
$\langle \text{składnik} \rangle ::=$	$\langle \text{atom} \rangle$	$\langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$		

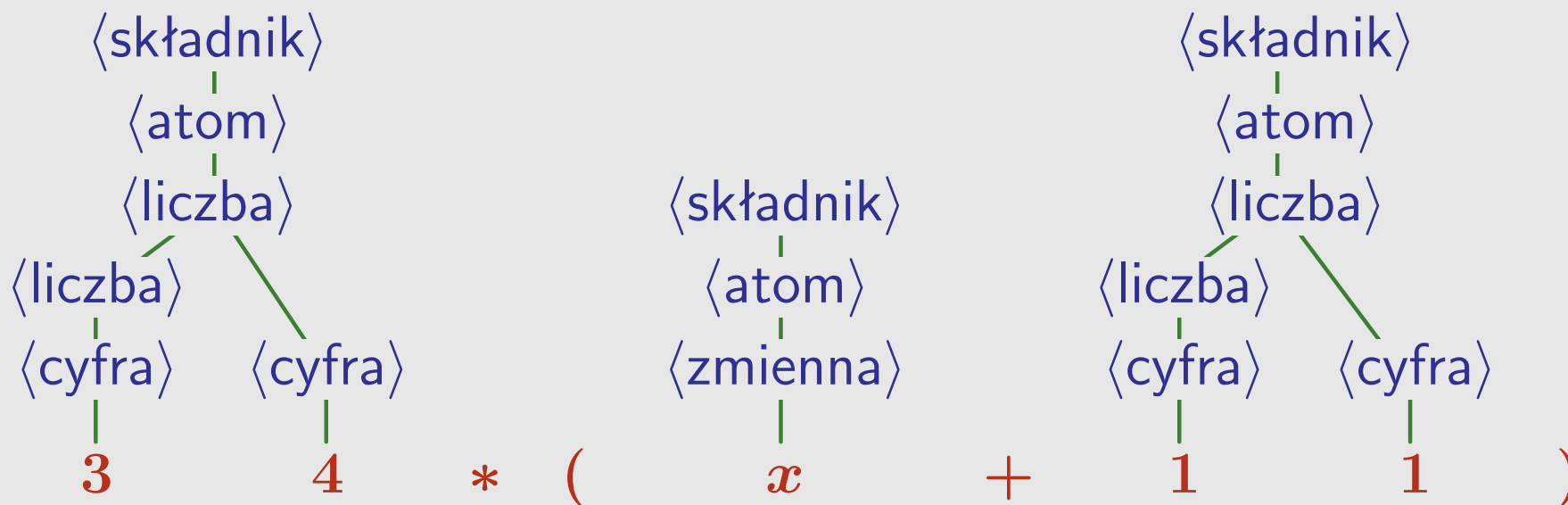


Drzewa wywodu

ciąg terminali:

34 * (x + 11)

$\langle \text{zmienna} \rangle ::=$	a	b	$\dots$	z
$\langle \text{cyfra} \rangle ::=$	0	1	$\dots$	9
$\langle \text{liczba} \rangle ::=$	$\langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle$	$\langle \text{cyfra} \rangle$		
$\langle \text{atom} \rangle ::=$	$\langle \text{zmienna} \rangle$	$\langle \text{liczba} \rangle$	$(\langle \text{wyrażenie} \rangle)$	
$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::=$	$\langle \text{składnik} \rangle$	$\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$		
$\langle \text{składnik} \rangle ::=$	$\langle \text{atom} \rangle$	$\langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$		

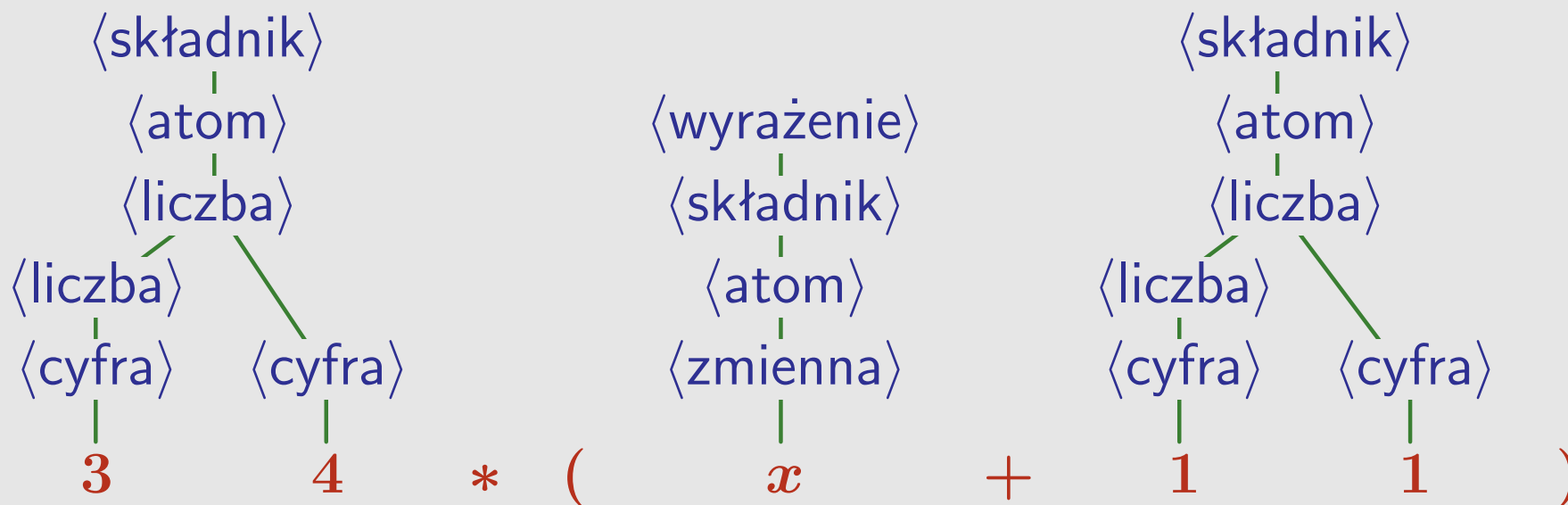


Drzewa wywodu

ciąg terminali:

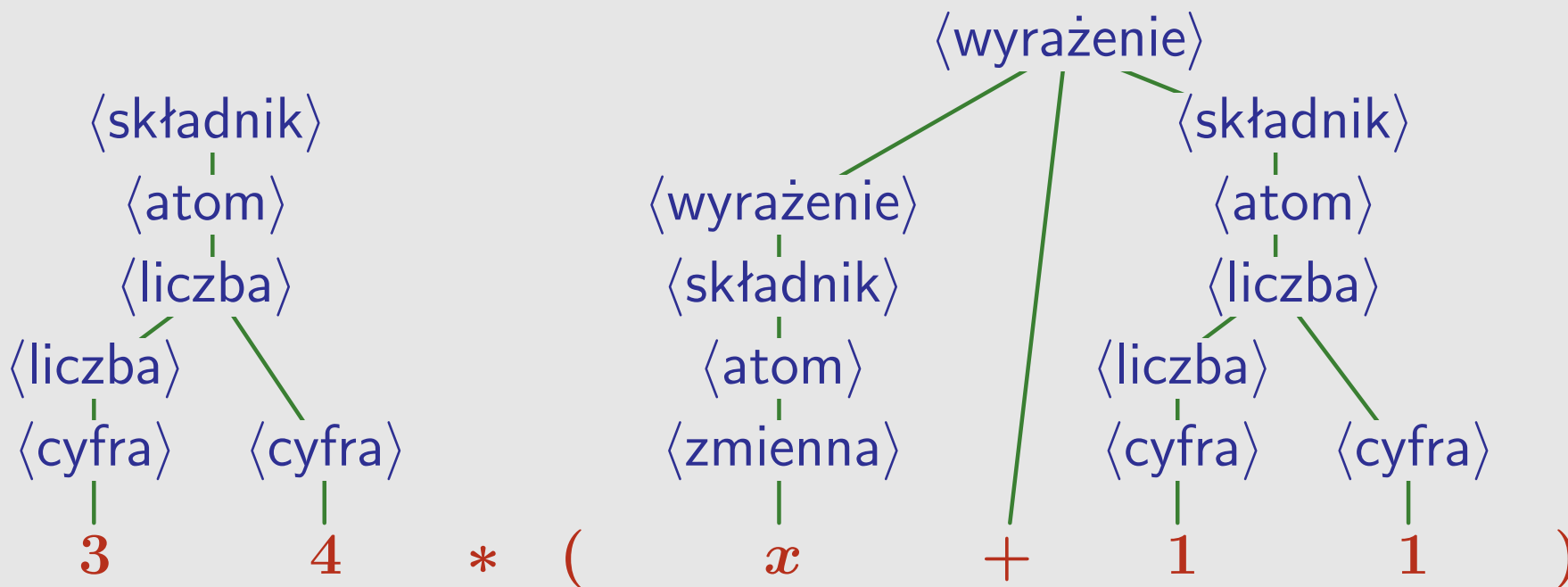
34 * (x + 11)

$\langle \text{zmienna} \rangle ::=$	a	b	$\dots$	z
$\langle \text{cyfra} \rangle ::=$	0	1	$\dots$	9
$\langle \text{liczba} \rangle ::=$	$\langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle$	$\langle \text{cyfra} \rangle$		
$\langle \text{atom} \rangle ::=$	$\langle \text{zmienna} \rangle$	$\langle \text{liczba} \rangle$	$(\langle \text{wyrażenie} \rangle)$	
$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::=$	$\langle \text{składnik} \rangle$	$\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$		
$\langle \text{składnik} \rangle ::=$	$\langle \text{atom} \rangle$	$\langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$		



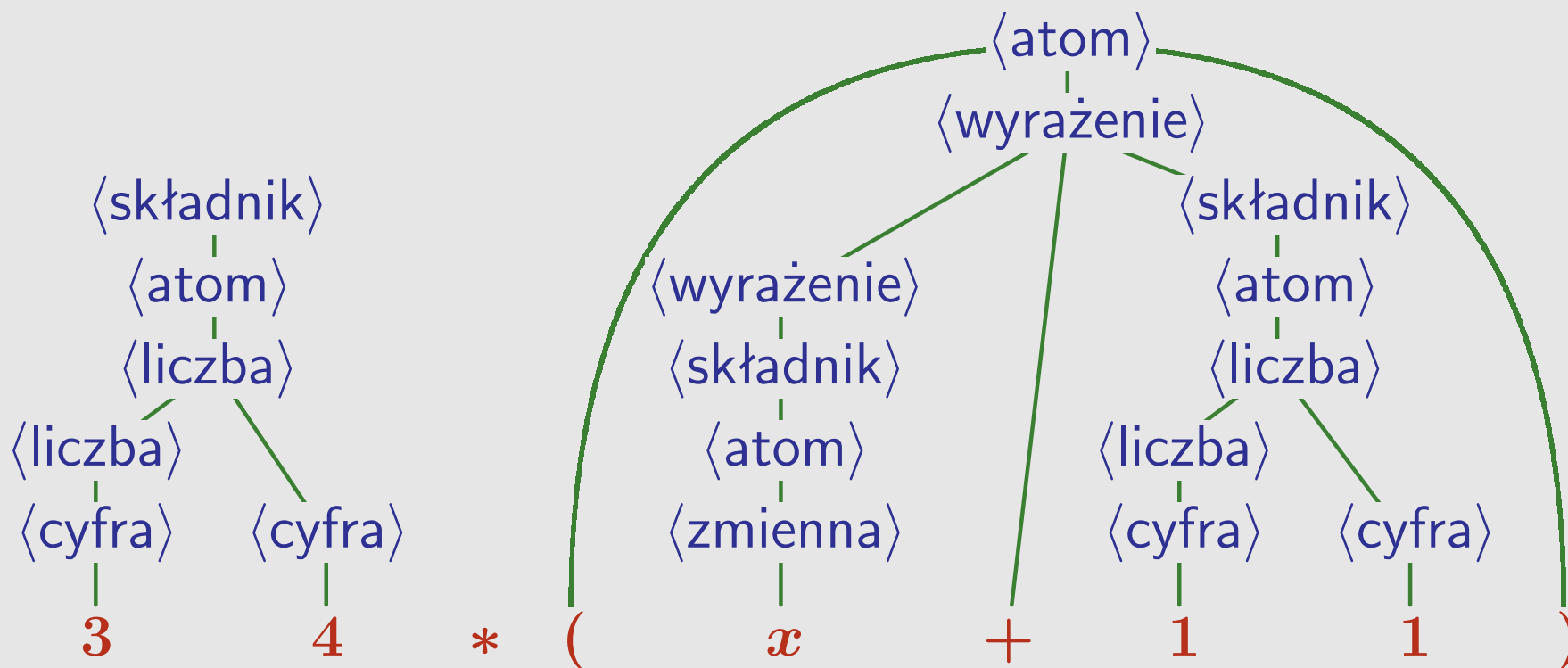
Drzewa wywodu

ciąg terminali:

$$34 * (x + 11)$$
$$\langle \text{zmienna} \rangle ::= a \mid b \mid \dots \mid z$$
$$\langle \text{cyfra} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$$
$$\langle \text{liczba} \rangle ::= \langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle \mid \langle \text{cyfra} \rangle$$
$$\langle \text{atom} \rangle ::= \langle \text{zmienna} \rangle \mid \langle \text{liczba} \rangle \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle)$$
$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \langle \text{składnik} \rangle \mid \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$$
$$\langle \text{składnik} \rangle ::= \langle \text{atom} \rangle \mid \langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$$


Drzewa wywodu

ciąg terminali:

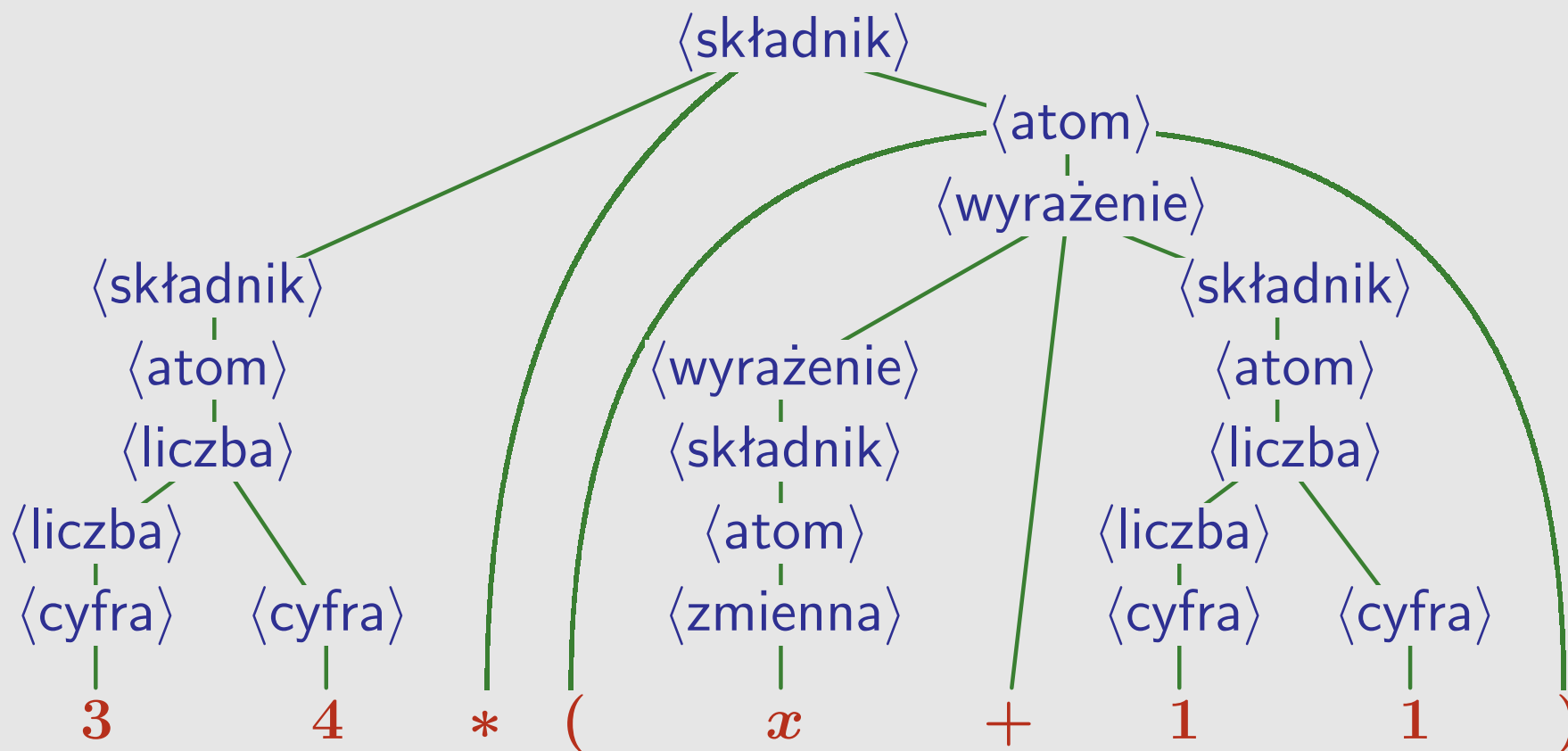
$$34 * (x + 11)$$
$$\langle \text{zmienna} \rangle ::= a \mid b \mid \dots \mid z$$
$$\langle \text{cyfra} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$$
$$\langle \text{liczba} \rangle ::= \langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle \mid \langle \text{cyfra} \rangle$$
$$\langle \text{atom} \rangle ::= \langle \text{zmienna} \rangle \mid \langle \text{liczba} \rangle \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle)$$
$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \langle \text{składnik} \rangle \quad \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$$
$$\langle \text{składnik} \rangle ::= \langle \text{atom} \rangle \mid \langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$$


Drzewa wywodu

ciąg terminali:

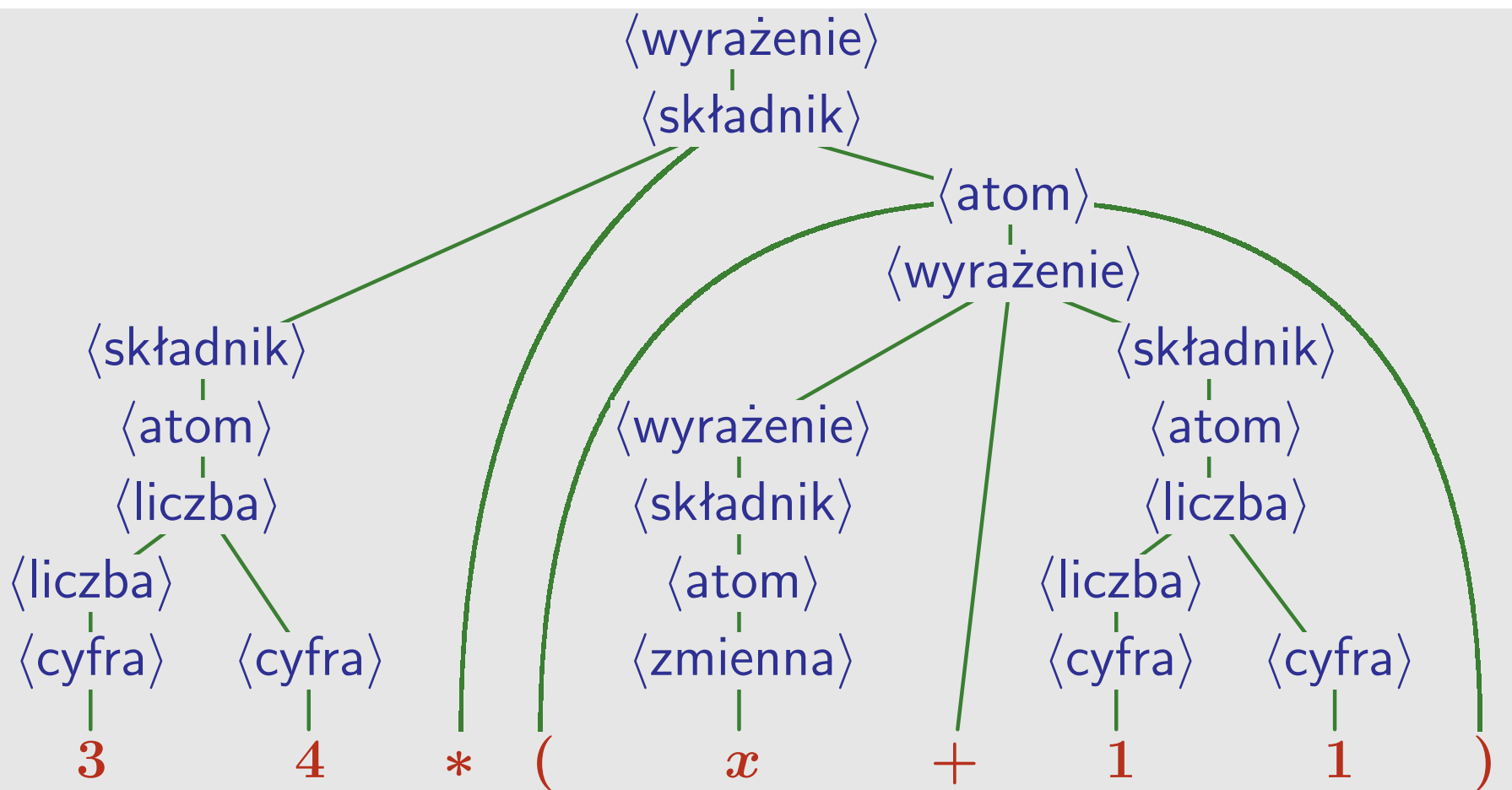
34 * (x + 11)

$\langle \text{zmienna} \rangle ::=$	a	b	$\dots$	z
$\langle \text{cyfra} \rangle ::=$	0	1	$\dots$	9
$\langle \text{liczba} \rangle ::=$	$\langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle$	$\langle \text{cyfra} \rangle$		
$\langle \text{atom} \rangle ::=$	$\langle \text{zmienna} \rangle$	$\langle \text{liczba} \rangle$	$(\langle \text{wyrażenie} \rangle)$	
$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::=$	$\langle \text{składnik} \rangle$	$\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$		
$\langle \text{składnik} \rangle ::=$	$\langle \text{atom} \rangle$	$\langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$		



Drzewa wywodu

ciąg terminali:

$$34 * (x + 11)$$
$$\langle \text{zmienna} \rangle ::= a \mid b \mid \dots \mid z$$
$$\langle \text{cyfra} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9$$
$$\langle \text{liczba} \rangle ::= \langle \text{liczba} \rangle \langle \text{cyfra} \rangle \mid \langle \text{cyfra} \rangle$$
$$\langle \text{atom} \rangle ::= \langle \text{zmienna} \rangle \mid \langle \text{liczba} \rangle \mid (\langle \text{wyrażenie} \rangle)$$
$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= \langle \text{składnik} \rangle \mid \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{składnik} \rangle$$
$$\langle \text{składnik} \rangle ::= \langle \text{atom} \rangle \mid \langle \text{składnik} \rangle * \langle \text{atom} \rangle$$


Drzewa wywodu

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid$$
$$\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle \mid$$
$$\langle \text{wyrażenie} \rangle * \langle \text{wyrażenie} \rangle$$

Drzewo wywodu a struktura słowa

$$\begin{aligned} \langle \text{wyrażenie} \rangle ::= & 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid \\ & \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle \mid \\ & \langle \text{wyrażenie} \rangle * \langle \text{wyrażenie} \rangle \end{aligned}$$

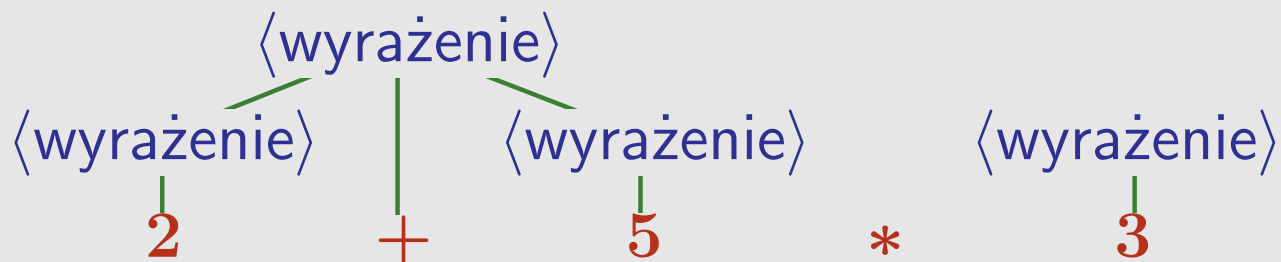
2 + 5 * 3

Drzewo wyvodu a struktura słowa

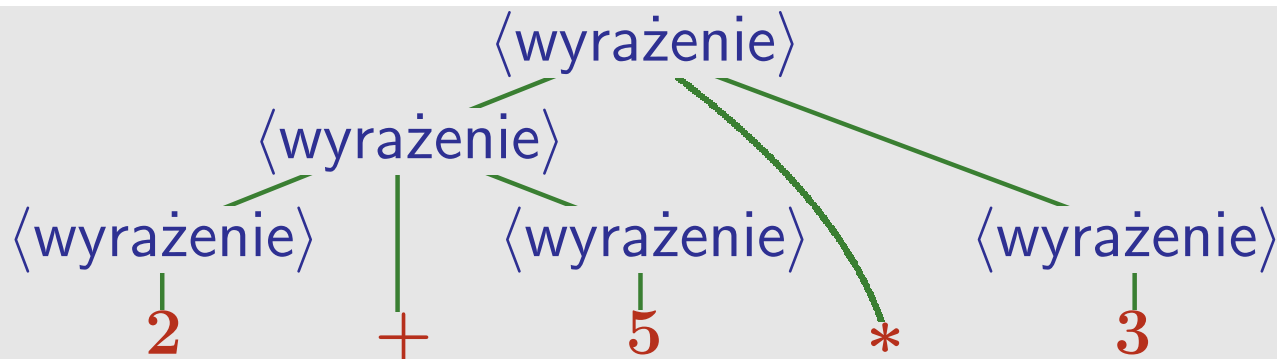
$$\begin{aligned} \langle \text{wyrażenie} \rangle ::= & 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid \\ & \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle \mid \\ & \langle \text{wyrażenie} \rangle * \langle \text{wyrażenie} \rangle \end{aligned}$$

$\langle \text{wyrażenie} \rangle$ $\langle \text{wyrażenie} \rangle$ $\langle \text{wyrażenie} \rangle$
2 + 5 * 3

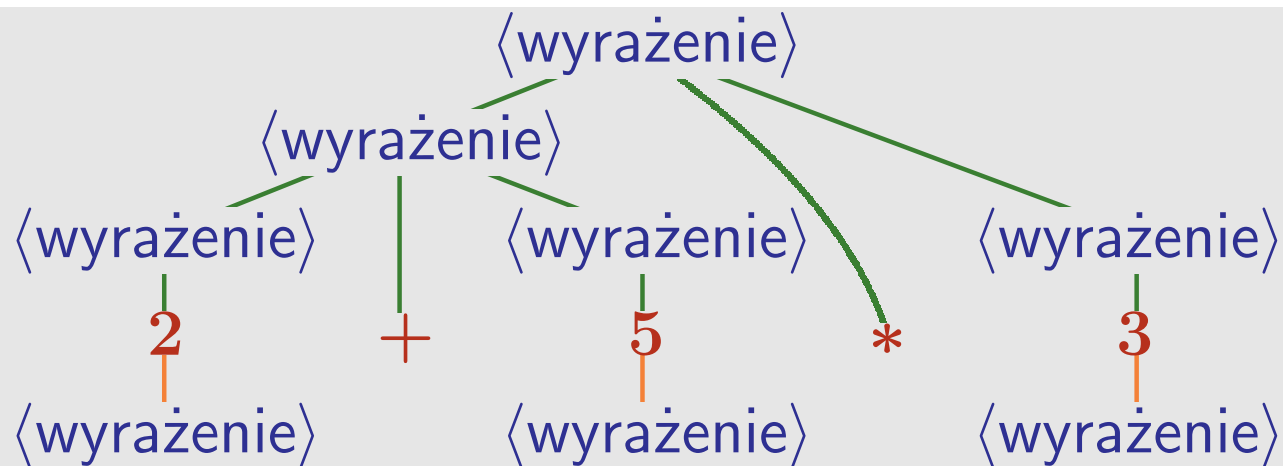
Drzewo wywodu a struktura słowa

$$\begin{aligned} \langle \text{wyrażenie} \rangle ::= & 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid \\ & \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle \mid \\ & \langle \text{wyrażenie} \rangle * \langle \text{wyrażenie} \rangle \end{aligned}$$


Drzewo wyvodu a struktura słowa

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid \\ \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle \mid \\ \langle \text{wyrażenie} \rangle * \langle \text{wyrażenie} \rangle$$


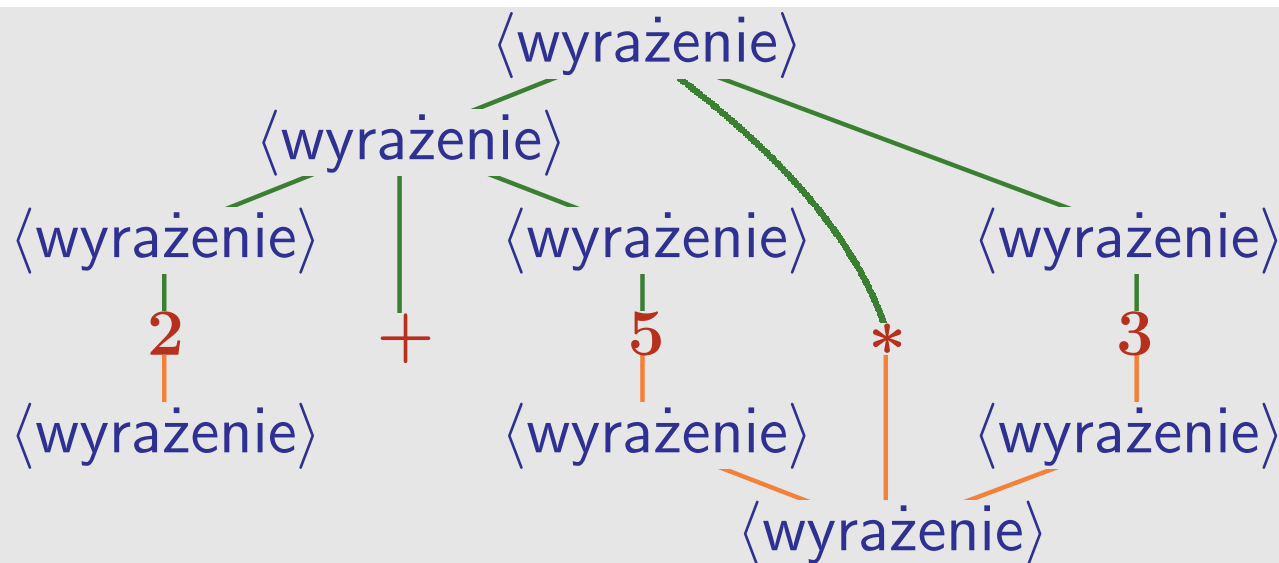
Drzewo wywodu a struktura słowa

$$\begin{aligned} \langle \text{wyrażenie} \rangle ::= & 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid \\ & \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle \mid \\ & \langle \text{wyrażenie} \rangle * \langle \text{wyrażenie} \rangle \end{aligned}$$


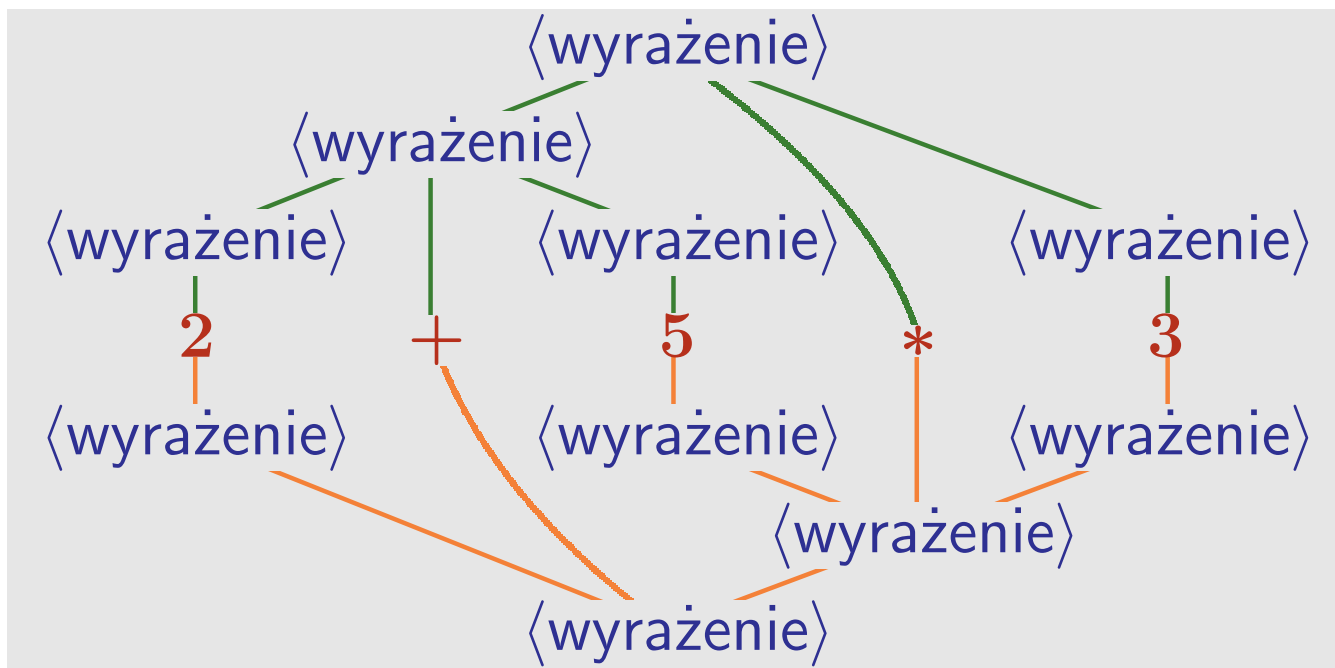
Drzewo wywodu a struktura słowa

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid$$

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle \mid$$

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle * \langle \text{wyrażenie} \rangle$$


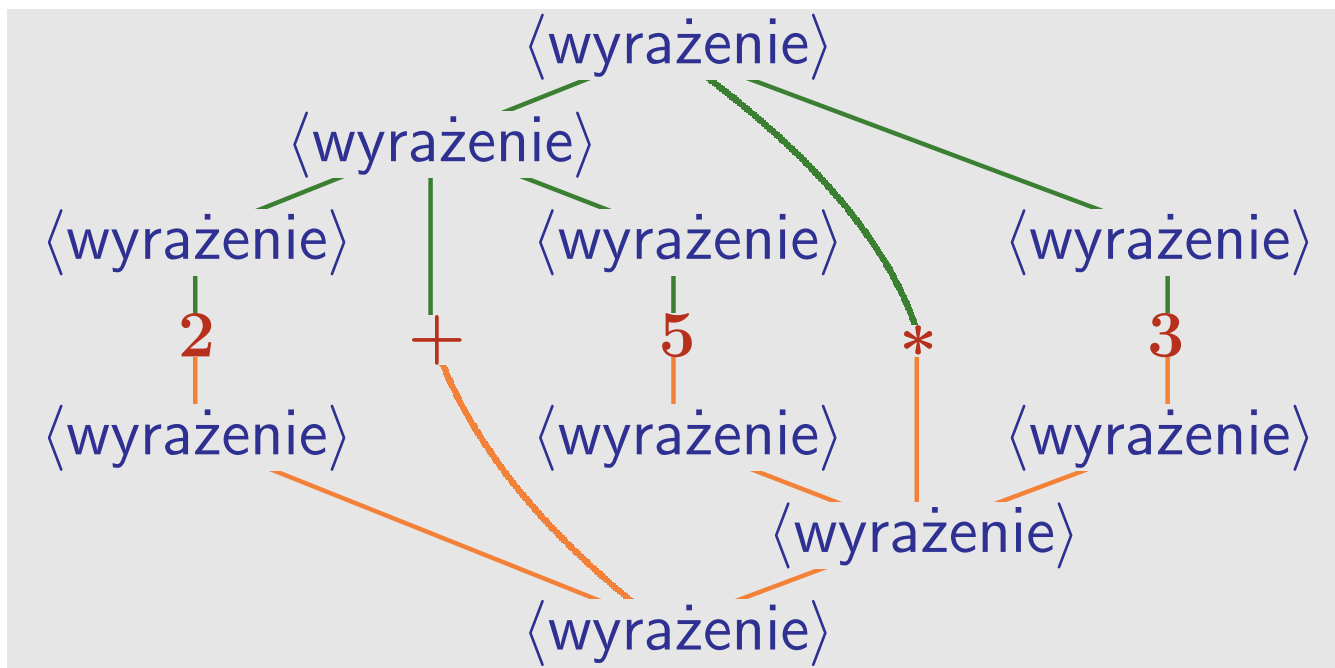
Drzewo wywodu a struktura słowa

$$\begin{aligned} \langle \text{wyrażenie} \rangle ::= & 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid \\ & \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle \mid \\ & \langle \text{wyrażenie} \rangle * \langle \text{wyrażenie} \rangle \end{aligned}$$


Drzewo wyvodu a struktura słowa

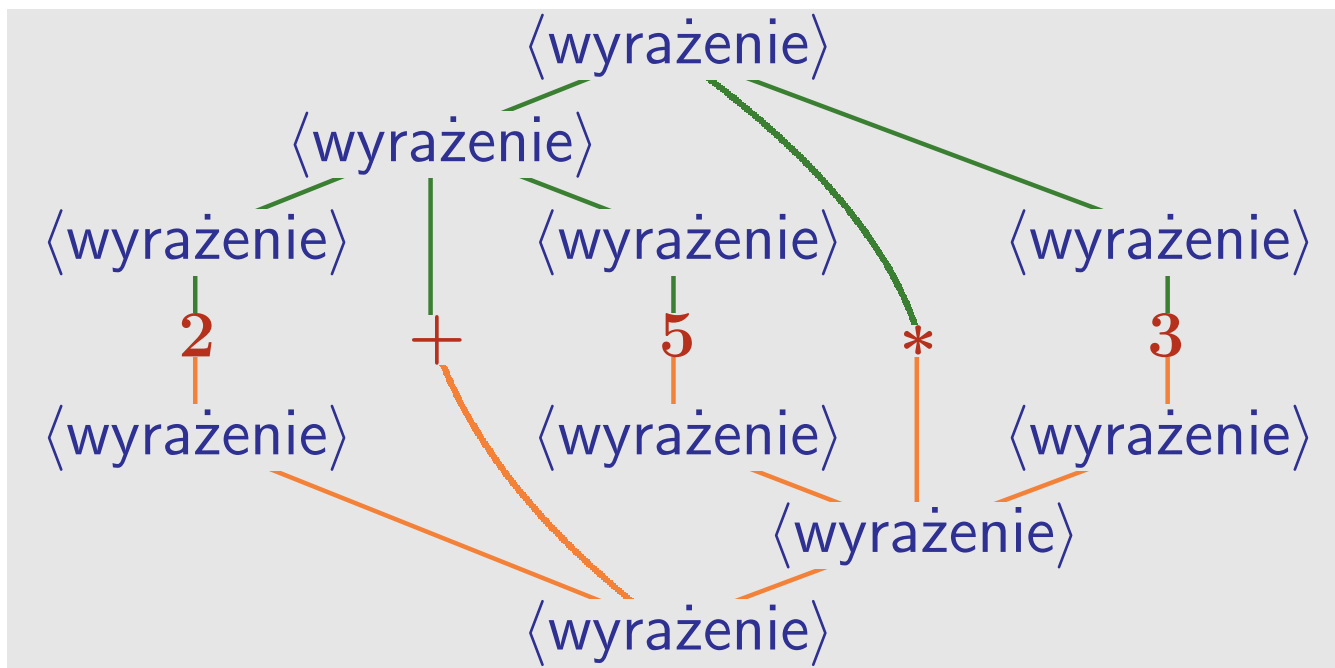
$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid$$

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle \mid$$

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle * \langle \text{wyrażenie} \rangle$$


Niejednoznaczność wyvodu: istnieją dwa różne drzewa wyvodu danego słowa.

Drzewo wyvodu a struktura słowa

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid \\ \langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle \mid \\ \langle \text{wyrażenie} \rangle * \langle \text{wyrażenie} \rangle$$


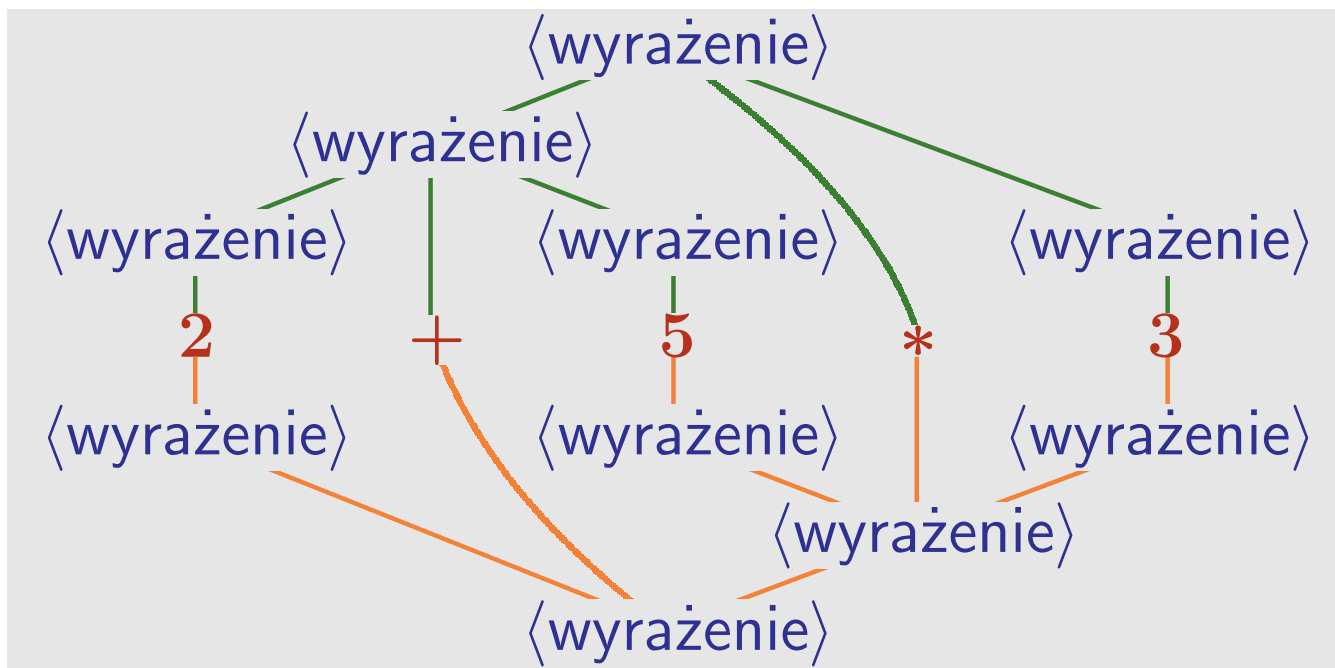
Niejednoznaczność wyvodu: istnieją dwa różne drzewa wyvodu danego słowa. W tym przypadku sugerują one kolejność działań:

- **drzewo górne** odpowiada wykonaniu dodawania przed mnożeniem

Drzewo wyvodu a struktura słowa

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle ::= 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9 \mid$$

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle + \langle \text{wyrażenie} \rangle \mid$$

$$\langle \text{wyrażenie} \rangle * \langle \text{wyrażenie} \rangle$$


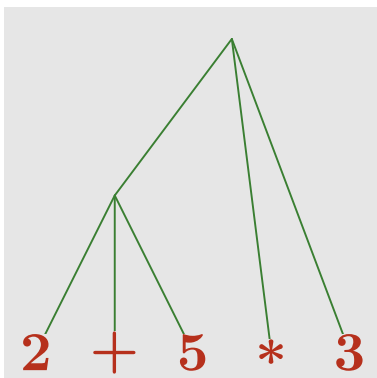
Niejednoznaczność wyvodu: istnieją dwa różne drzewa wyvodu danego słowa. W tym przypadku sugerują one kolejność działań:

- **drzewo górne** odpowiada wykonaniu dodawania przed mnożeniem
- **drzewo dolne** odpowiada wykonaniu mnożenia przed dodawaniem

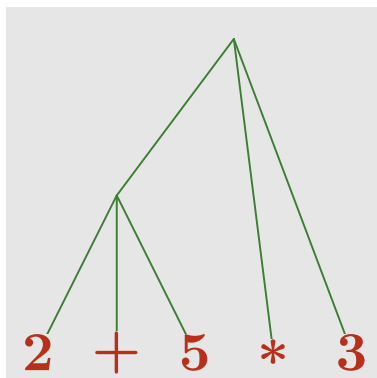
Drzewo wyvodu a struktura słowa

2 + 5 * 3

Drzewo wyvodu a struktura słowa

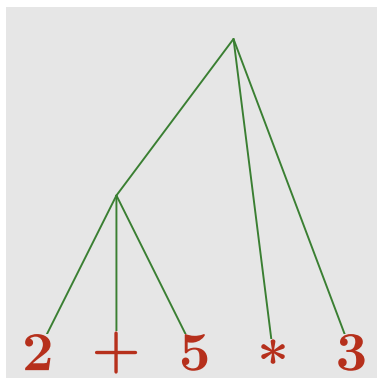


Drzewo wyvodu a struktura słowa



dla takiego rozbioru
wartość wyrażenia wynosi **21**

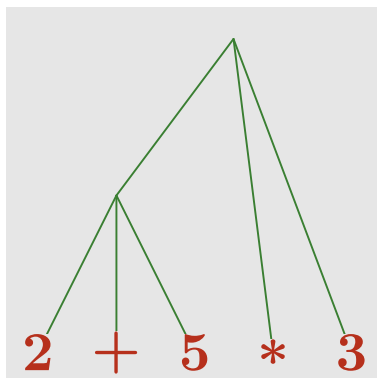
Drzewo wyvodu a struktura słowa



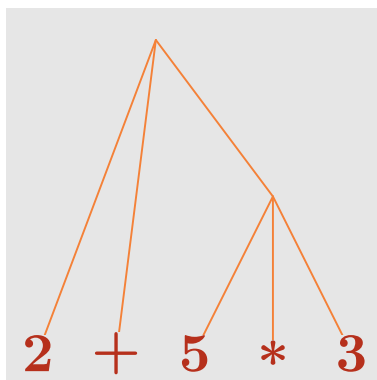
dla takiego rozbioru
wartość wyrażenia wynosi **21**

2 + 5 * 3

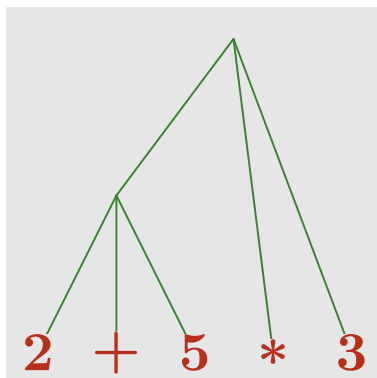
Drzewo wyvodu a struktura słowa



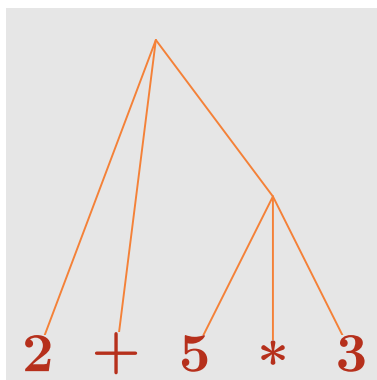
dla takiego rozbioru
wartość wyrażenia wynosi **21**



Drzewo wyvodu a struktura słowa

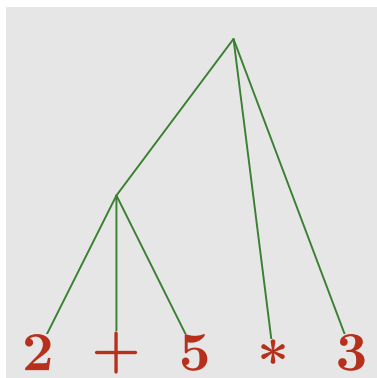


← dla takiego rozbioru
wartość wyrażenia wynosi **21**

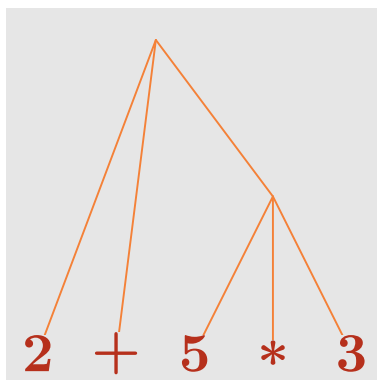


← dla takiego rozbioru
wartość wyrażenia wynosi **17**

Drzewo wyvodu a struktura słowa



← dla takiego rozbioru
wartość wyrażenia wynosi **21**



← dla takiego rozbioru
wartość wyrażenia wynosi **17**

Znaczenie wyrażenia zależy od { przeprowadzenia jego rozbioru
zbudowania jego drzewa rozbioru

Drzewo wywodu a struktura słowa

Z punktu widzenia **należenia słowa do języka** postać drzewa wywodu nie ma znaczenia.

Drzewo wywodu a struktura słowa

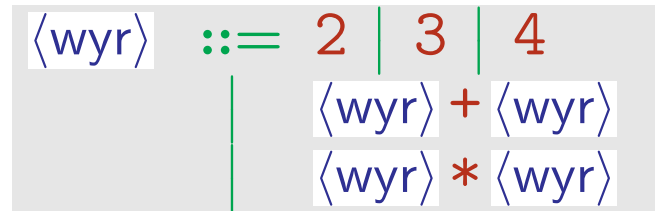
Z punktu widzenia **należenia słowa do języka** postać drzewa wywodu nie ma znaczenia.

Z punktu widzenia **przekazywanego sensu** postać drzewa wywodu jest bardzo ważna.

Drzewo wywodu a struktura słowa

Z punktu widzenia **należenia słowa do języka** postać drzewa wywodu nie ma znaczenia.

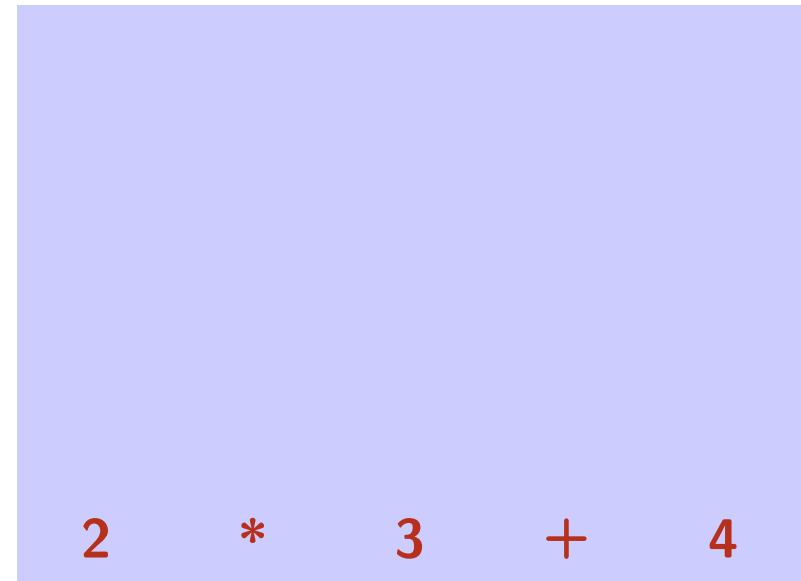
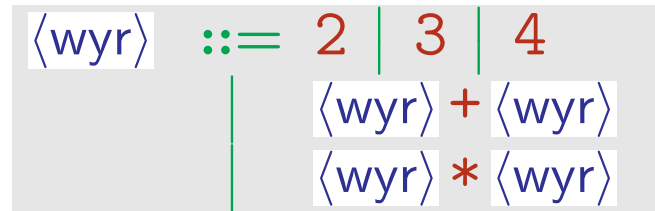
Z punktu widzenia **przekazywanego sensu** postać drzewa wywodu jest bardzo ważna.



Drzewo wywodu a struktura słowa

Z punktu widzenia **należenia słowa do języka** postać drzewa wywodu nie ma znaczenia.

Z punktu widzenia **przekazywanego sensu** postać drzewa wywodu jest bardzo ważna.

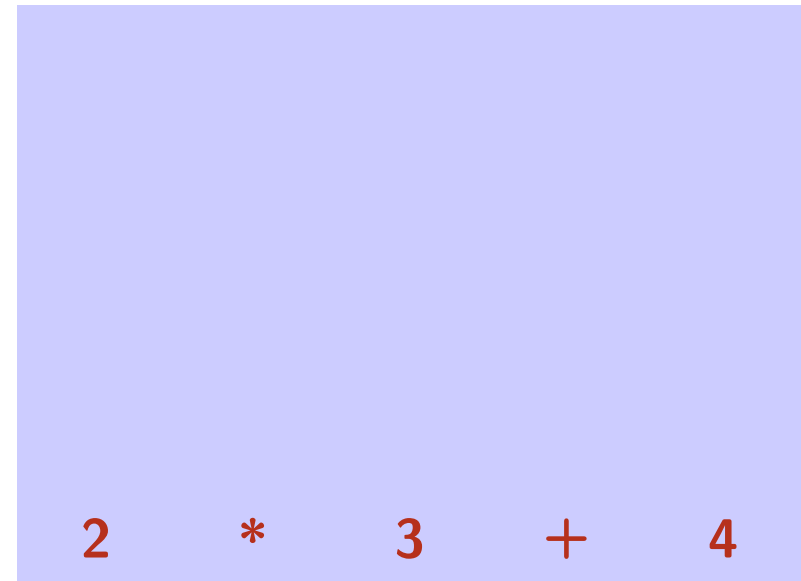
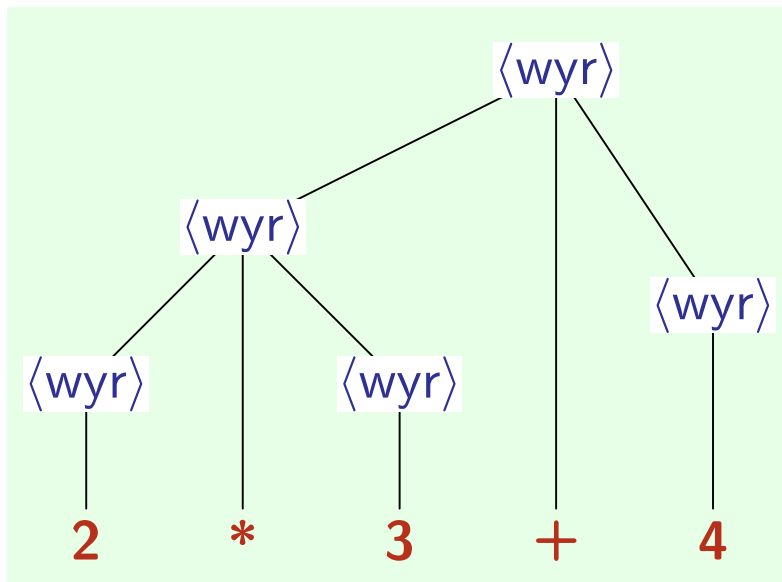


Drzewo wyvodu a struktura słowa

Z punktu widzenia **należenia słowa do języka** postać drzewa wyvodu nie ma znaczenia.

Z punktu widzenia **przekazywanego sensu** postać drzewa wyvodu jest bardzo ważna.

$\langle \text{wyr} \rangle$	$::=$	2		3		4
		$\langle \text{wyr} \rangle$	+	$\langle \text{wyr} \rangle$		
		$\langle \text{wyr} \rangle$	*	$\langle \text{wyr} \rangle$		

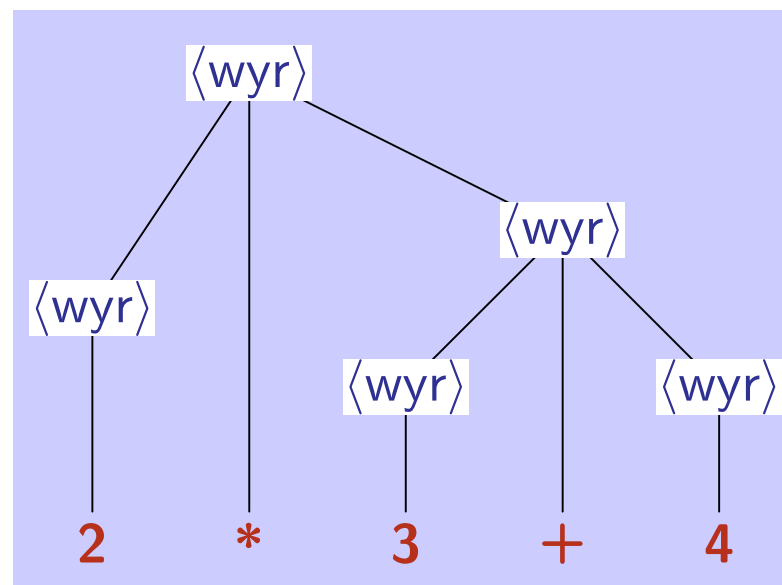
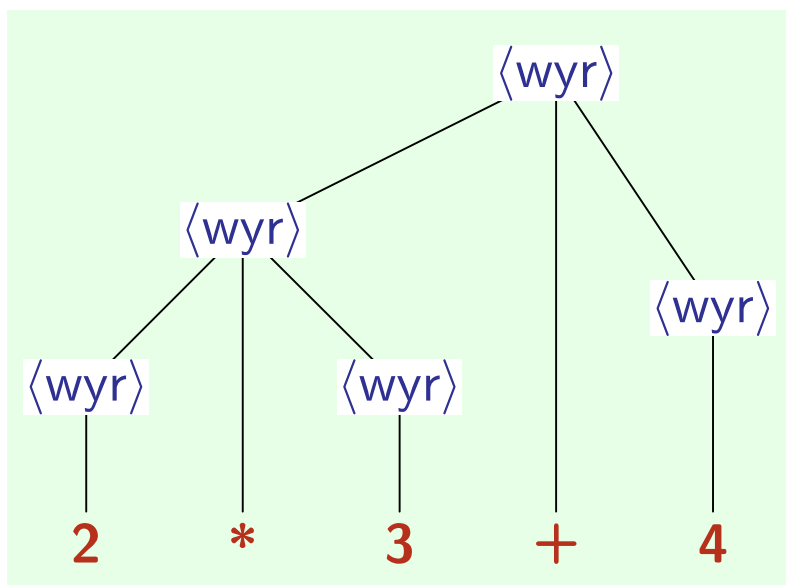


Drzewo wyvodu a struktura słowa

Z punktu widzenia **należenia słowa do języka** postać drzewa wyvodu nie ma znaczenia.

Z punktu widzenia **przekazywanego sensu** postać drzewa wyvodu jest bardzo ważna.

$\langle \text{wyr} \rangle$	$::=$	2		3		4
		$\langle \text{wyr} \rangle + \langle \text{wyr} \rangle$				
		$\langle \text{wyr} \rangle * \langle \text{wyr} \rangle$				

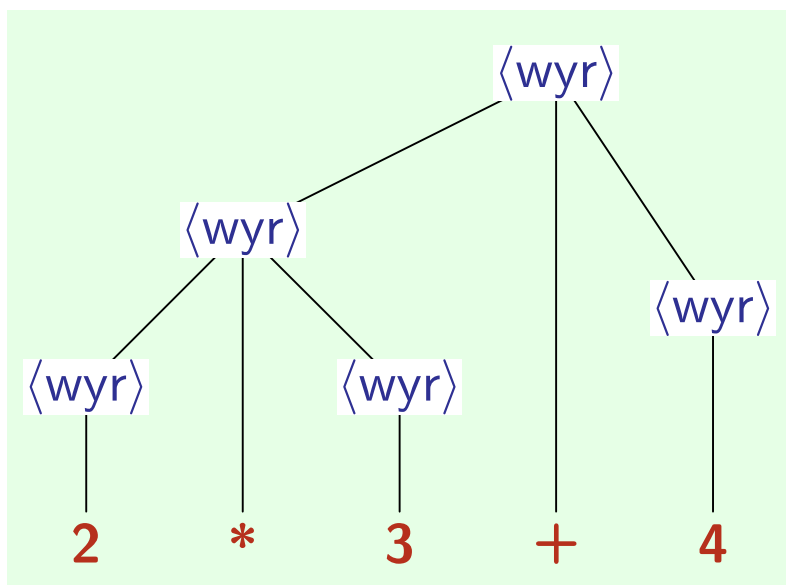


Drzewo wyvodu a struktura słowa

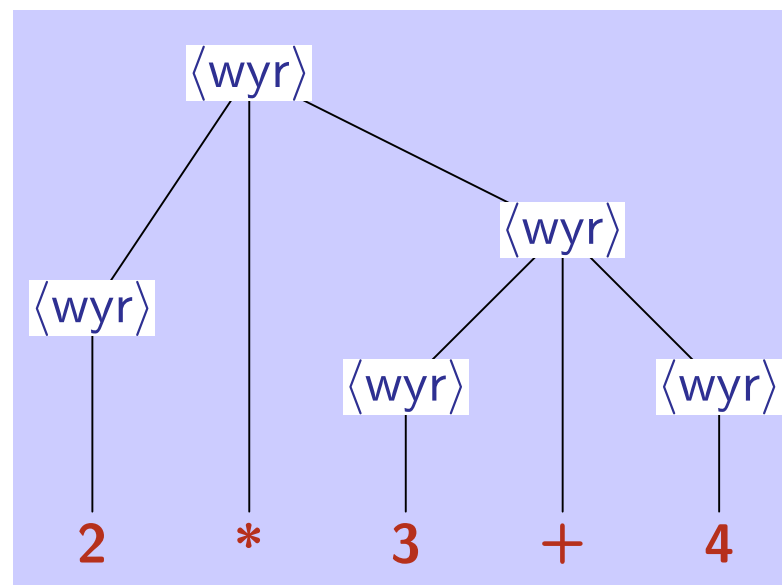
Z punktu widzenia **należenia słowa do języka** postać drzewa wyvodu nie ma znaczenia.

Z punktu widzenia **przekazywanego sensu** postać drzewa wyvodu jest bardzo ważna.

$\langle \text{wyr} \rangle$	$::=$	2		3		4
		$\langle \text{wyr} \rangle + \langle \text{wyr} \rangle$				
		$\langle \text{wyr} \rangle * \langle \text{wyr} \rangle$				



$$\underbrace{2 * 3} + 4 = 10$$

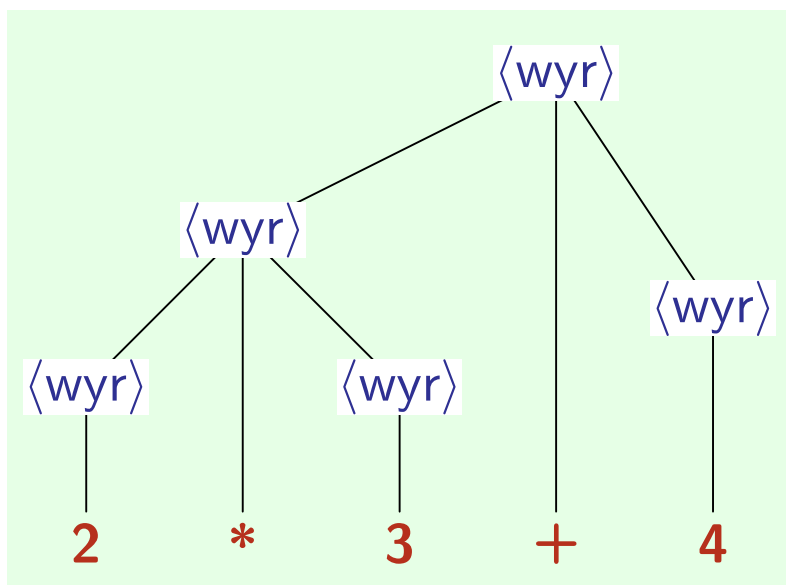


Drzewo wyvodu a struktura słowa

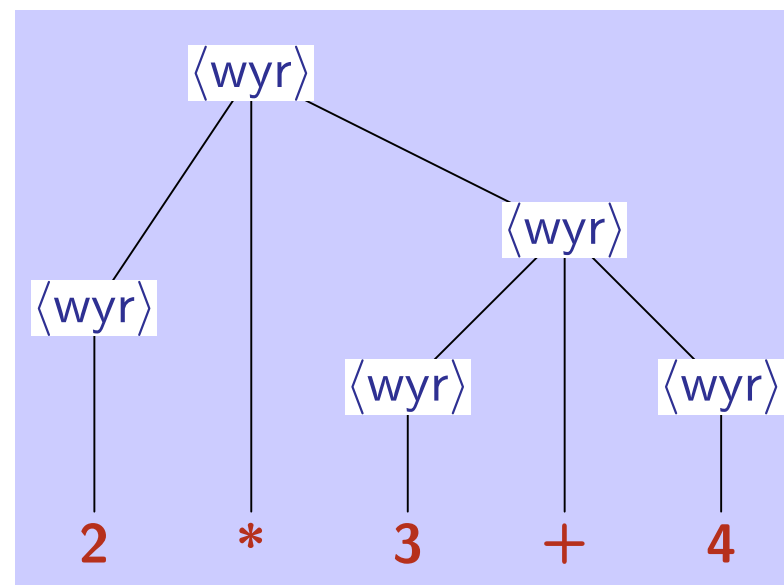
Z punktu widzenia **należenia słowa do języka** postać drzewa wyvodu nie ma znaczenia.

Z punktu widzenia **przekazywanego sensu** postać drzewa wyvodu jest bardzo ważna.

$\langle \text{wyr} \rangle$	$::=$	2		3		4
				$\langle \text{wyr} \rangle + \langle \text{wyr} \rangle$		
				$\langle \text{wyr} \rangle * \langle \text{wyr} \rangle$		



$$\underbrace{2 * 3} + 4 = 10$$



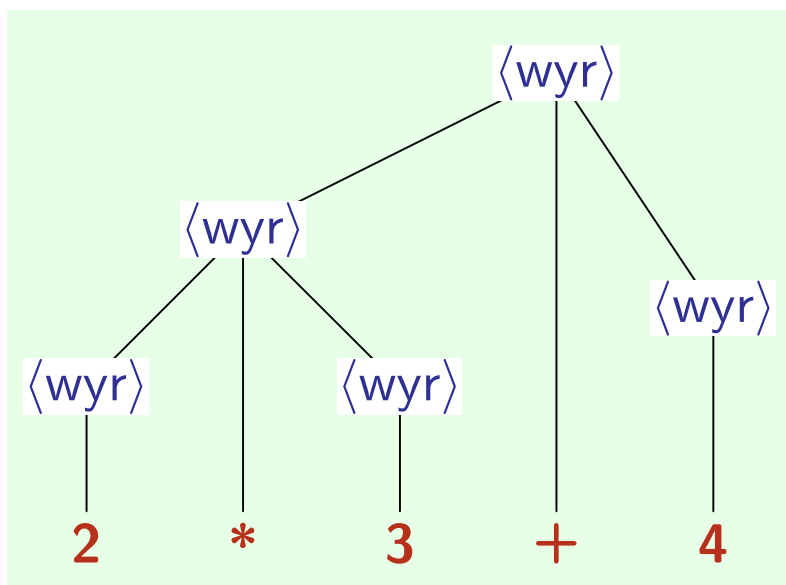
$$2 * \underbrace{3 + 4} = 14$$

Drzewo wyvodu a struktura słowa

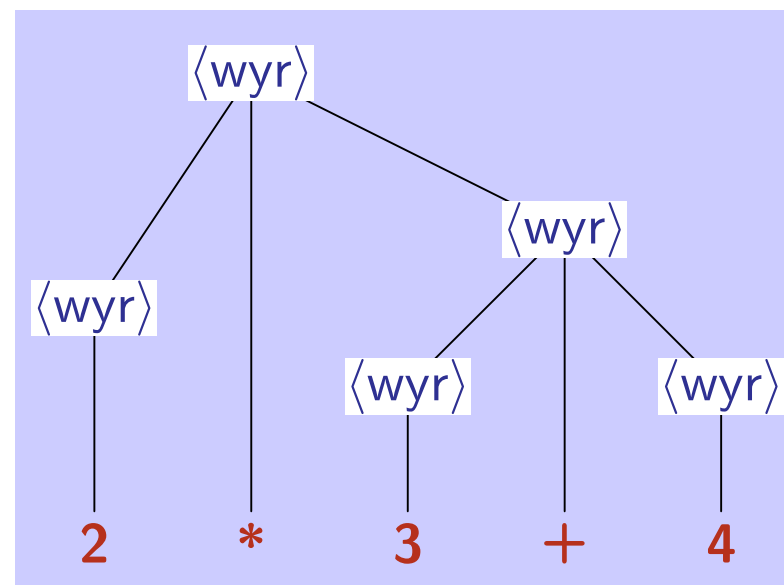
Z punktu widzenia **należenia słowa do języka** postać drzewa wyvodu nie ma znaczenia.

Z punktu widzenia **przekazywanego sensu** postać drzewa wyvodu jest bardzo ważna.

$\langle \text{wyr} \rangle$	$::=$	2		3		4
				$\langle \text{wyr} \rangle + \langle \text{wyr} \rangle$		
				$\langle \text{wyr} \rangle * \langle \text{wyr} \rangle$		



$$\underbrace{2 * 3} + 4 = 10$$



$$2 * \underbrace{3 + 4} = 14$$

Jak wyrazić w gramatyce, że „mnożenie ma **zawsze** pierwszeństwo przed dodawaniem” (czyli jak wykluczyć niebieskie drzewo)?

Drzewo wywodu a struktura słowa

Potrzebujemy gramatyki

- **równoważnej** — definiującej ten sam język

Drzewo wywodu a struktura słowa

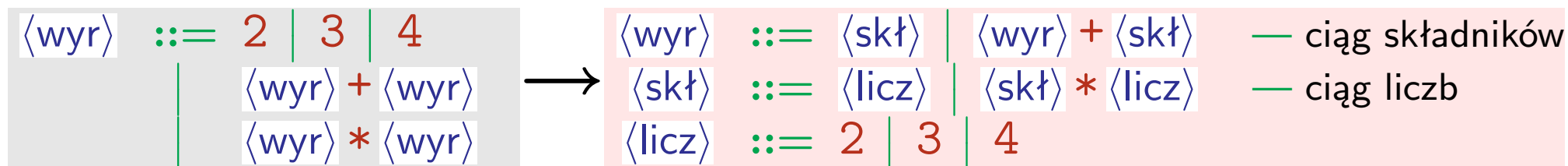
Potrzebujemy gramatyki

- **równoważnej** — definiującej ten sam język, oraz
- **jednoznacznej** — żeby każde słowo z języka miało tylko jedno drzewo wywodu

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Potrzebujemy gramatyki

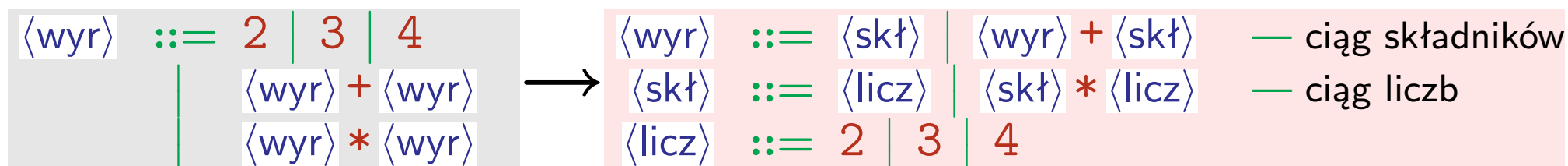
- **równoważnej** — definiującej ten sam język, oraz
- **jednoznacznej** — żeby każde słowo z języka miało tylko jedno drzewo wyvodu



Drzewo wyvodu a struktura słowa

Potrzebujemy gramatyki

- **równoważnej** — definiującej ten sam język, oraz
- **jednoznacznej** — żeby każde słowo z języka miało tylko jedno drzewo wyvodu

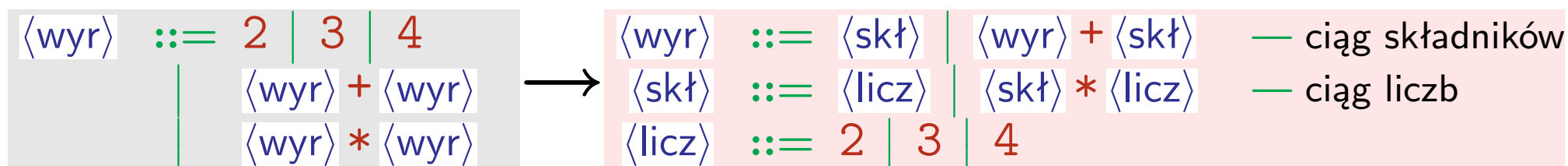


- w drzewie wygenerowanym przez czerwoną gramatykę pod nieterminaliem $\langle \text{skł} \rangle$ nie może już pojawić się nieterminal $\langle \text{wyr} \rangle$

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Potrzebujemy gramatyki

- **równoważnej** — definiującej ten sam język, oraz
- **jednoznacznej** — żeby każde słowo z języka miało tylko jedno drzewo wyvodu

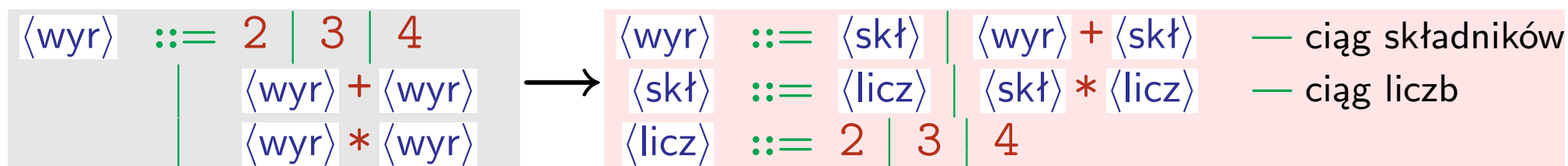


- w drzewie wygenerowanym przez czerwoną gramatykę pod nieterminaliem $\langle \text{skł} \rangle$ nie może już pojawić się nieterminal $\langle \text{wyr} \rangle$
- dlatego pod terminalem $*$ nie może pojawić się terminal $+$

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Potrzebujemy gramatyki

- **równoważnej** — definiującej ten sam język, oraz
- **jednoznacznej** — żeby każde słowo z języka miało tylko jedno drzewo wyvodu

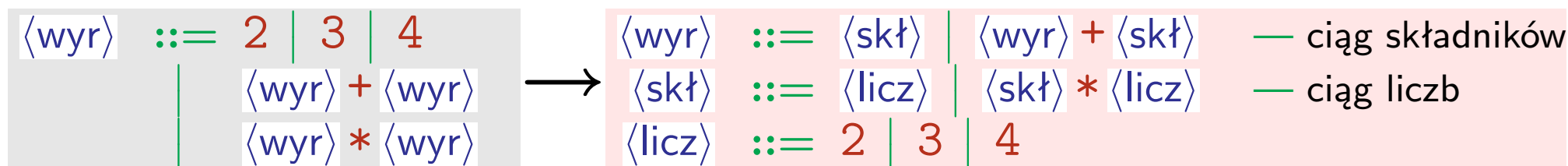


- w drzewie wygenerowanym przez czerwoną gramatykę pod nieterminaliem $\langle \text{skł} \rangle$ nie może już pojawić się nieterminal $\langle \text{wyr} \rangle$
- dlatego pod terminalem $*$ nie może pojawić się terminal $+$
- wobec tego terminale $*$ zawsze są głębiej w drzewie niż terminale $+$

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Potrzebujemy gramatyki

- **równoważnej** — definiującej ten sam język, oraz
- **jednoznacznej** — żeby każde słowo z języka miało tylko jedno drzewo wyvodu

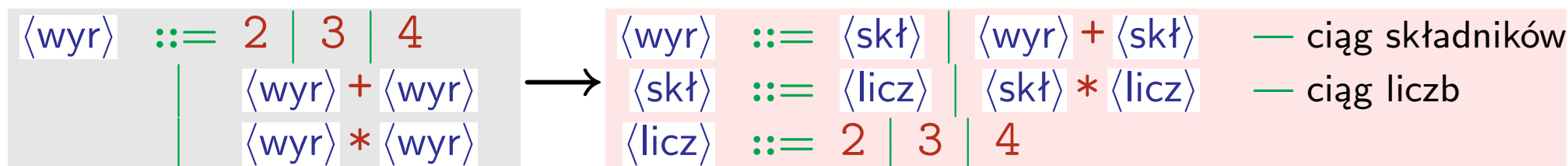


- w drzewie wygenerowanym przez czerwoną gramatykę pod nieterminalem $\langle \text{skł} \rangle$ nie może już pojawić się nieterminal $\langle \text{wyr} \rangle$
- dlatego pod terminalem $*$ nie może pojawić się terminal $+$
- wobec tego terminale $*$ zawsze są głębiej w drzewie niż terminale $+$
- czyli czerwona gramatyka nie generuje drzew, w których $+$ wiązałyby silniej niż $*$

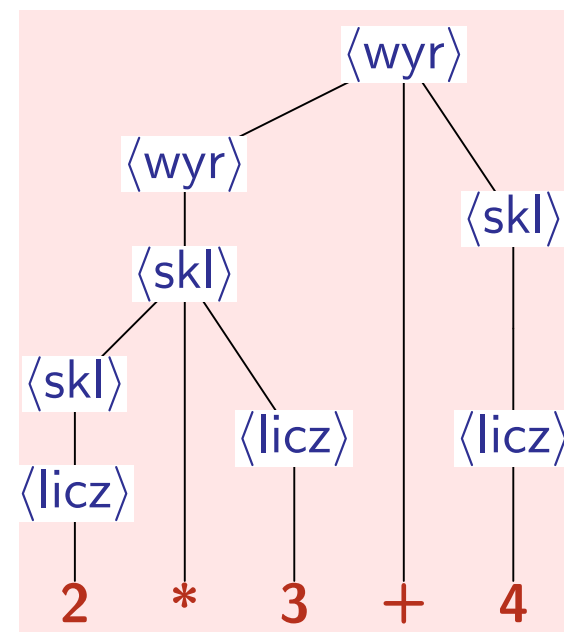
Drzewo wyvodu a struktura słowa

Potrzebujemy gramatyki

- **równoważnej** — definiującej ten sam język, oraz
- **jednoznacznej** — żeby każde słowo z języka miało tylko jedno drzewo wyvodu



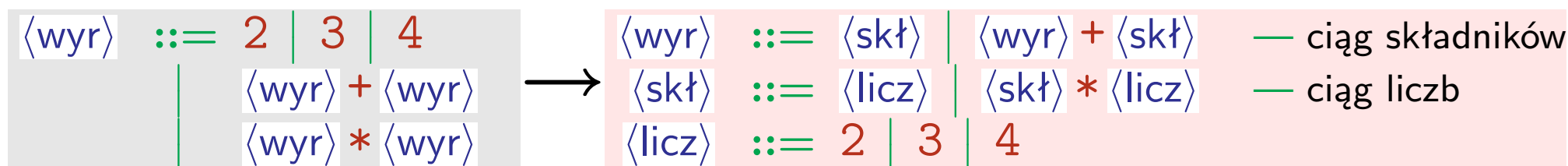
- w drzewie wygenerowanym przez czerwoną gramatykę pod nieterminalem $\langle \text{skł} \rangle$ nie może już pojawić się nieterminal $\langle \text{wyr} \rangle$
- dlatego pod terminalem $*$ nie może pojawić się terminal $+$
- wobec tego terminale $*$ zawsze są głębiej w drzewie niż terminale $+$
- czyli czerwona gramatyka nie generuje drzew, w których $+$ wiązałyby silniej niż $*$



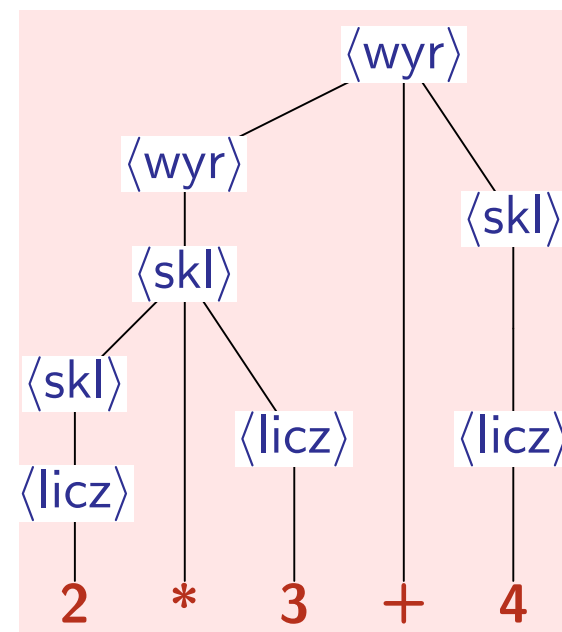
Drzewo wyvodu a struktura słowa

Potrzebujemy gramatyki

- **równoważnej** — definiującej ten sam język, oraz
- **jednoznacznej** — żeby każde słowo z języka miało tylko jedno drzewo wyvodu



- w drzewie wygenerowanym przez czerwoną gramatykę pod nieterminalem $\langle \text{skł} \rangle$ nie może już pojawić się nieterminal $\langle \text{wyr} \rangle$
- dlatego pod terminalem $*$ nie może pojawić się terminal $+$
- wobec tego terminale $*$ zawsze są głębiej w drzewie niż terminale $+$
- czyli czerwona gramatyka nie generuje drzew, w których $+$ wiązałyby silniej niż $*$



Działanie w gramatyce — im **dalej** od nieterminalu początkowego, tym **głębiej** występuje w drzewie, więc **silniej łączy**.

Drzewo wywodu a struktura słowa

Jak wyrażać działania łączące w lewo, a jak w prawo?

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Jak wyrażać działania łączące w lewo, a jak w prawo?

ODEJMOWANIE

$$a - b - c - d$$

POTĘGOWANIE

$$a \wedge b \wedge c \wedge d$$

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Jak wyrażać działania łączące w lewo, a jak w prawo?

ODEJMOWANIE

$$\underline{a - b} - c - d$$

POTĘGOWANIE

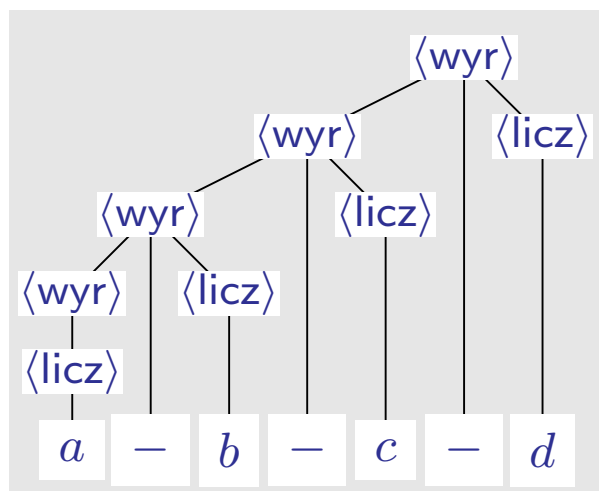
$$a \wedge \underline{b \wedge c \wedge d}$$

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Jak wyrażać działania łączące w lewo, a jak w prawo?

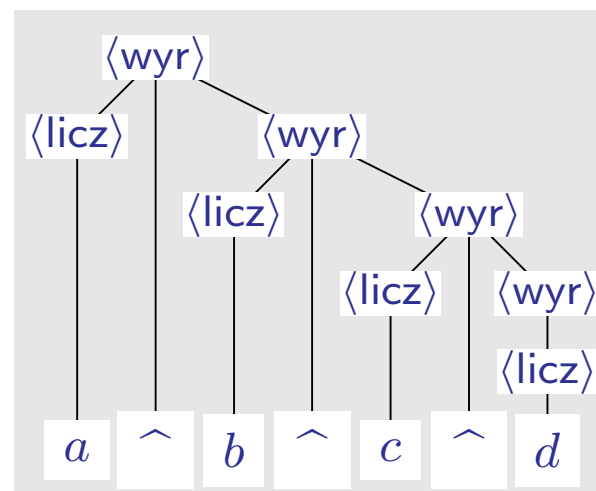
ODEJMOWANIE

$a - b - c - d$



POTĘGOWANIE

$a \wedge b \wedge c \wedge d$

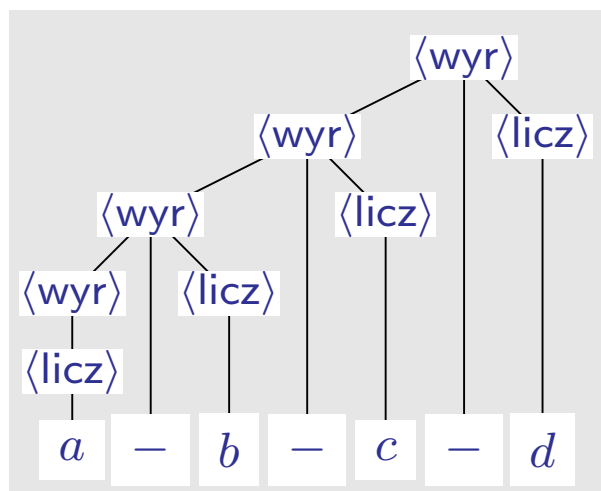


Drzewo wyvodu a struktura słowa

Jak wyrażać działania łączące w lewo, a jak w prawo?

ODEJMOWANIE

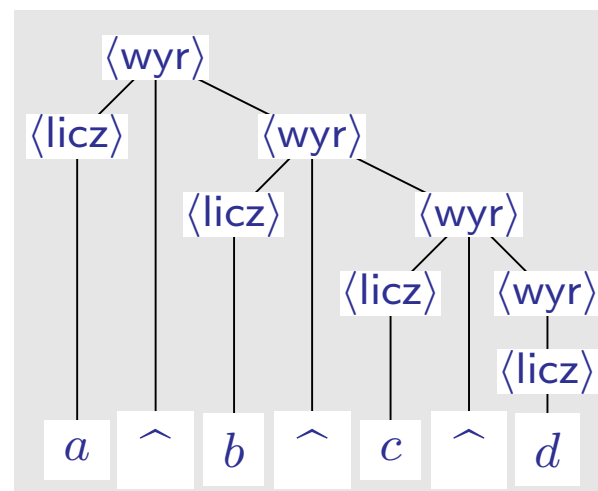
$a - b - c - d$



$\langle \text{wyr} \rangle ::= \langle \text{licz} \rangle$
 $\quad \quad \quad | \quad \langle \text{wyr} \rangle - \langle \text{licz} \rangle$

POTĘGOWANIE

$a \wedge b \wedge c \wedge d$



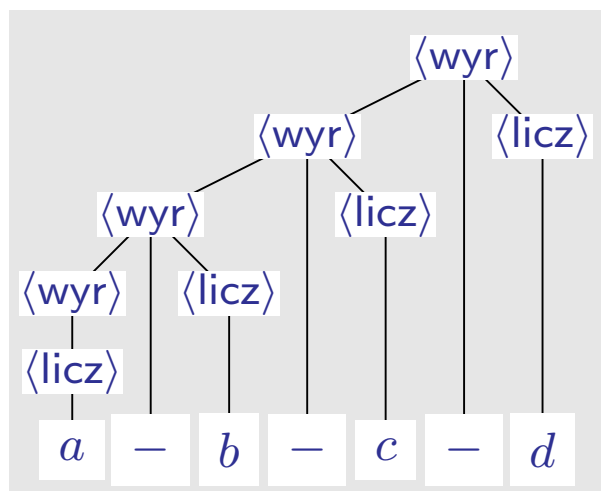
$\langle \text{wyr} \rangle ::= \langle \text{licz} \rangle$
 $\quad \quad \quad | \quad \langle \text{licz} \rangle \wedge \langle \text{wyr} \rangle$

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Jak wyrażać działania łączące w lewo, a jak w prawo?

ODEJMOWANIE

$a - b - c - d$

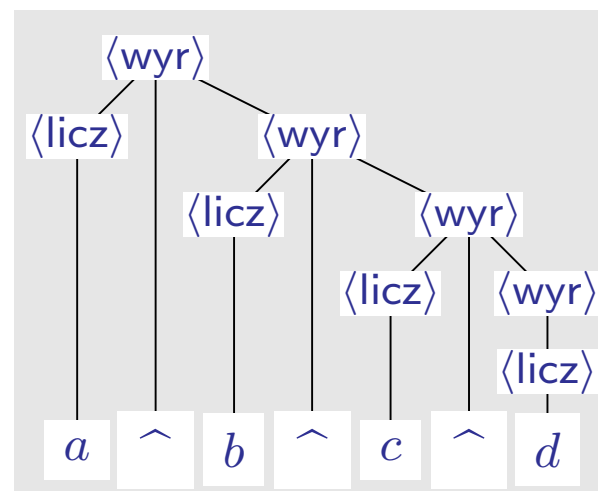


$\langle \text{wyr} \rangle ::= \langle \text{licz} \rangle$
 $\quad \quad \quad \mid \quad \langle \text{wyr} \rangle - \langle \text{licz} \rangle$

działanie łączy w **lewo** —
rekursja **lewostronna**

POTĘGOWANIE

$a \wedge b \wedge c \wedge d$



$\langle \text{wyr} \rangle ::= \langle \text{licz} \rangle$
 $\quad \quad \quad \mid \quad \langle \text{licz} \rangle \wedge \langle \text{wyr} \rangle$

działanie łączy w **prawo** —
rekursja **prawostronna**

Drzewo wywodu a struktura słowa

Powtarzanie fragmentu wywodu — w gramatyce rekursja.

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Powtarzanie fragmentu wyvodu — w gramatyce rekursja.

Rekursja lewostronna
 czy ?
 prawostronna

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Powtarzanie fragmentu wyvodu — w gramatyce rekursja.

Rekursja lewostronna
 czy ?
 prawostronna

— odpowiedź na ogół

- nie ma wpływu na sam generowany język

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Powtarzanie fragmentu wyvodu — w gramatyce rekursja.

Rekursja lewostronna
 czy ?
 prawostronna

— odpowiedź na ogół

- nie ma wpływu na sam generowany język, ale
- ma wpływ na kształt drzew wyvodu; więc zależy od niej **znaczenie** słów.

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Powtarzanie fragmentu wyvodu — w gramatyce rekursja.

Rekursja lewostronna
 czy
 prawostronna ?

— odpowiedź na ogół

- nie ma wpływu na sam generowany język, ale
- ma wpływ na kształt drzew wyvodu; więc zależy od niej **znaczenie** słów.

Wg przyjętych umów większość działań arytmetycznych łączy do lewej, więc należy je opisywać rekursją lewostronną.

Drzewo wywodu a struktura słowa

Oznaczenie w gramatyce dla powtarzania z łąčeniem lewostronnym

Drzewo wywodu a struktura słowa

Oznaczenie w gramatyce dla powtarzania z łączeniem lewostronnym:

$$\langle S \rangle ::= \{ \text{ciąg-symb} \}^*$$

Drzewo wywodu a struktura słowa

Oznaczenie w gramatyce dla powtarzania z łąčeniem lewostronnym:

$\langle S \rangle ::= \{ \text{ciąg-symb} \}^*$ oznacza

$$\begin{array}{c} \langle S \rangle ::= \lambda \\ | \langle S \rangle \{ \text{ciąg-symb} \} \end{array}$$

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Oznaczenie w gramatyce dla powtarzania z łączeniem lewostronnym:

$\langle S \rangle ::= \{\text{ciąg-symb}\}^*$ oznacza

$\langle S \rangle ::= \lambda$
 $\quad \quad \quad | \quad \langle S \rangle \{\text{ciąg-symb}\}$

czyli: nieterminal $\langle S \rangle$ generuje „ciąg-symb” powtórzony wielokrotnie (ew. 0-krotnie)

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Oznaczenie w gramatyce dla powtarzania z łąčeniem lewostronnym:

$$\langle S \rangle ::= \{ \text{ciąg-symb} \}^*$$

oznacza

$$\begin{array}{l} \langle S \rangle ::= \lambda \\ \quad \quad \quad | \quad \langle S \rangle \{ \text{ciąg-symb} \} \end{array}$$

czyli: nieterminal $\langle S \rangle$ generuje „ciąg-symb” powtórzony wielokrotnie (ew. 0-krotnie)

Przykład:

$$\langle \text{liczba_bin} \rangle ::= \{ 0 \mid 1 \}^*$$

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Oznaczenie w gramatyce dla powtarzania z łączeniem lewostronnym:

$$\langle S \rangle ::= \{ \text{ciąg-symb} \}^*$$

oznacza

$$\langle S \rangle ::= \lambda \mid \langle S \rangle \{ \text{ciąg-symb} \}$$

czyli: nieterminal $\langle S \rangle$ generuje „ciąg-symb” powtórzony wielokrotnie (ew. 0-krotnie)

Przykład:

$$\langle \text{liczba_bin} \rangle ::= \{ 0 \mid 1 \}^*$$

czyli: nieterminal $\langle \text{liczba_bin} \rangle$ generuje: 0 lub 1 powtórzone wielokrotnie
z łączeniem lewostronnym

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Oznaczenie w gramatyce dla powtarzania z łączeniem lewostronnym:

$$\langle S \rangle ::= \{ \text{ciąg-symb} \}^*$$

oznacza

$$\begin{array}{l} \langle S \rangle ::= \lambda \\ \quad \quad | \quad \langle S \rangle \{ \text{ciąg-symb} \} \end{array}$$

czyli: nieterminal $\langle S \rangle$ generuje „ciąg-symb” powtórzony wielokrotnie (ew. 0-krotnie)

Przykład:

$$\langle \text{liczba_bin} \rangle ::= \{ 0 \mid 1 \}^*$$

czyli: nieterminal $\langle \text{liczba_bin} \rangle$ generuje: 0 lub 1 powtórzone wielokrotnie
z łączeniem lewostronnym

Przykład:

$$\langle \text{suma} \rangle ::= \langle \text{składnik} \rangle \{ + \langle \text{składnik} \rangle \}^*$$

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Oznaczenie w gramatyce dla powtarzania z łączeniem lewostronnym:

$$\langle S \rangle ::= \{ \text{ciąg-symb} \}^*$$

oznacza

$$\begin{array}{c} \langle S \rangle ::= \lambda \\ | \langle S \rangle \{ \text{ciąg-symb} \} \end{array}$$

czyli: nieterminal $\langle S \rangle$ generuje „ciąg-symb” powtórzony wielokrotnie (ew. 0-krotnie)

Przykład:

$$\langle \text{liczba_bin} \rangle ::= \{ 0 \mid 1 \}^*$$

czyli: nieterminal $\langle \text{liczba_bin} \rangle$ generuje: 0 lub 1 powtórzone wielokrotnie
z łączeniem lewostronnym

Przykład:

$$\langle \text{suma} \rangle ::= \langle \text{składnik} \rangle \{ + \langle \text{składnik} \rangle \}^*$$

czyli: nieterminal $\langle \text{suma} \rangle$ generuje: $\langle \text{składnik} \rangle$, a po nim kilka razy „+ $\langle \text{składnik} \rangle$ ”
z łączeniem lewostronnym

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Gramatyka fragmentu języka polskiego:

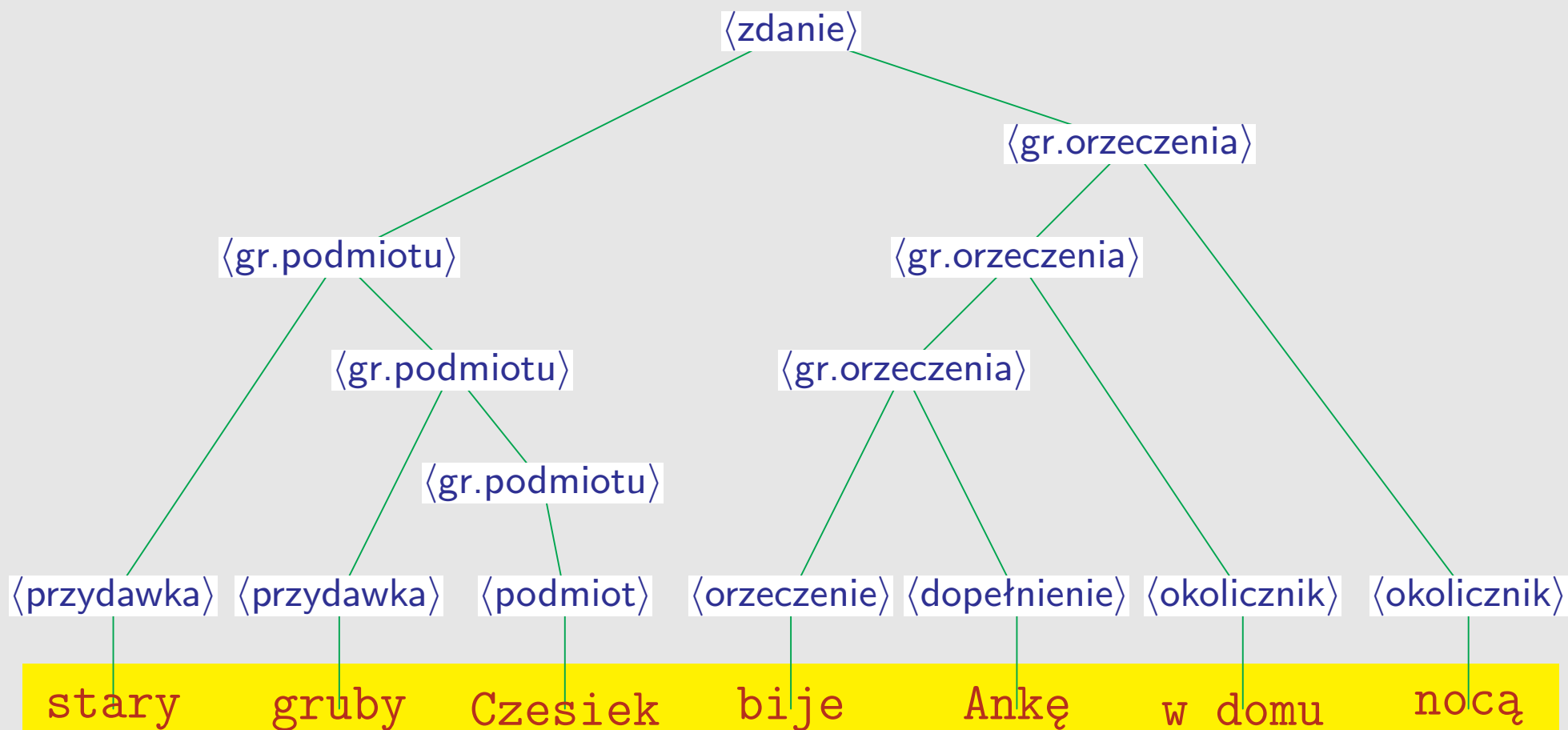
$\langle \text{zdanie} \rangle$	$::=$	$\langle \text{gr.podmiotu} \rangle \langle \text{gr.orzeczenia} \rangle$
$\langle \text{gr.podmiotu} \rangle$	$::=$	$\langle \text{podmiot} \rangle$
		$\langle \text{przydawka} \rangle \langle \text{gr.podmiotu} \rangle$
$\langle \text{gr.orzeczenia} \rangle$	$::=$	$\langle \text{orzeczenie} \rangle$
		$\langle \text{orzeczenie} \rangle \langle \text{dopełnienie} \rangle$
		$\langle \text{gr.orzeczenia} \rangle \langle \text{okolicznik} \rangle$

Drzewo wyvodu a struktura słowa

Gramatyka fragmentu języka polskiego:

⟨zdanie⟩	::=	⟨gr.podmiotu⟩	⟨gr.orzeczenia⟩
⟨gr.podmiotu⟩	::=	⟨podmiot⟩	
		⟨przydawka⟩	⟨gr.podmiotu⟩
⟨gr.orzeczenia⟩	::=	⟨orzeczenie⟩	
		⟨orzeczenie⟩	⟨dopełnienie⟩
		⟨gr.orzeczenia⟩	⟨okolicznik⟩
⟨podmiot⟩	::=	Anka	Basia Czesiek
⟨przydawka⟩	::=	gruby	stary
⟨orzeczenie⟩	::=	bije	kocha
⟨dopełnienie⟩	::=	Ankę	Basię Cześka
⟨okolicznik⟩	::=	w domu	nocą

Drzewo wyvodu a struktura słowa



Drzewo wywodu a struktura słowa

TIME FLIES LIKE AN ARROW

Drzewo wyvodu a struktura słowa

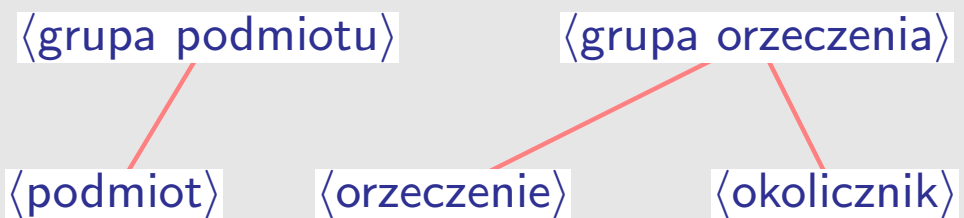
⟨podmiot⟩

⟨orzeczenie⟩

⟨okolicznik⟩

TIME FLIES LIKE AN ARROW

Drzewo wywodu a struktura słowa

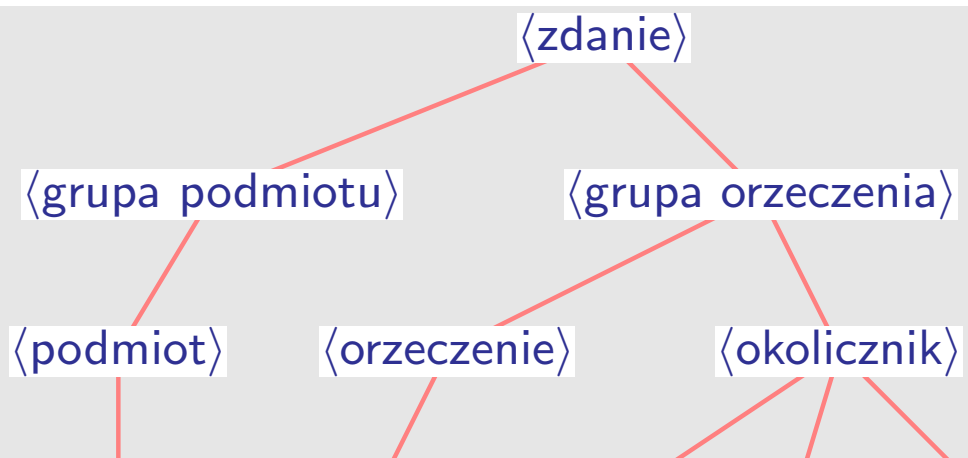


TIME FLIES LIKE AN ARROW

Drzewo wywodu a struktura słowa



Drzewo wywodu a struktura słowa

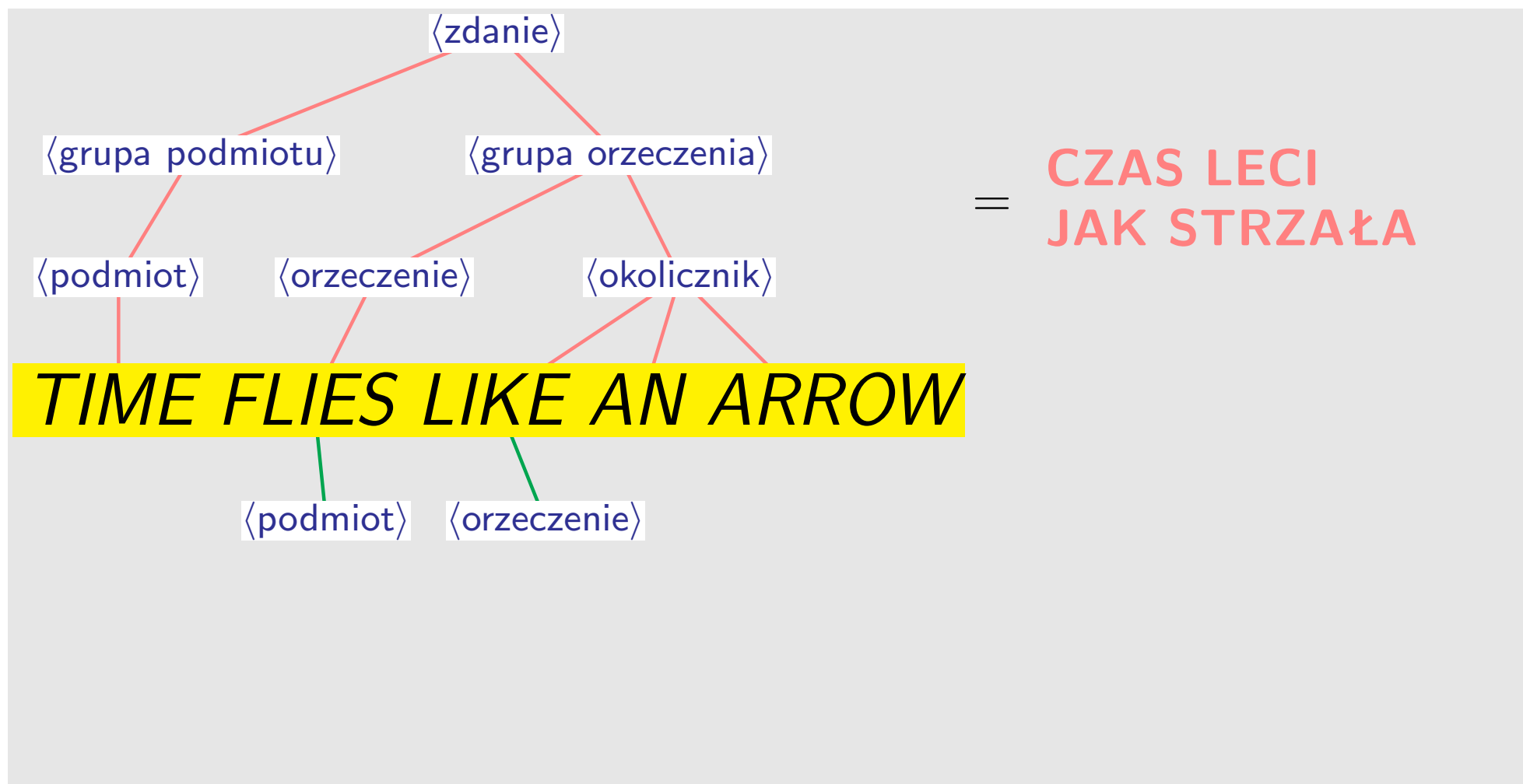


TIME FLIES LIKE AN ARROW

=

CZAS LECI
JAK STRZAŁA

Drzewo wyvodu a struktura słowa



Drzewo wyvodu a struktura słowa



Drzewo wyvodu a struktura słowa



=
CZAS LECI
JAK STRZAŁA

Drzewo wyvodu a struktura słowa



Drzewo wywodu a struktura słowa



Drzewo wyvodu a struktura słowa



Znaczenie zależy od drzewa rozbioru również w językach naturalnych.