

**Stefan Sokołowski**

# **JĘZYKI FORMALNE I METODY KOMPILACJI**

**wykład 8**

**Inst. Informatyki Stosowanej, ANS**

**Elbląg, 2025/2026**

# Rozbiór wstępujący

**Rozbiór** **zstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści

# Rozbiór wstępujący

**Rozbiór** **zstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści:



# Rozbiór wstępujący

**Rozbiór** **zstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści:



# Rozbiór wstępujący

**Rozbiór** **zstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści:



# Rozbiór wstępujący

**Rozbiór** **zstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści:



# Rozbiór wstępujący

**Rozbiór** **zstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści:



drzewo

## Rozbiór wstępujący

**Rozbiór zstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści:



drzewo

**Rozbiór wstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od liści do korzenia

## Rozbiór wstępujący

~~Rozbiór **zstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści:~~



drzewo

**Rozbiór wstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od liści do korzenia



# Rozbiór wstępujący

**Rozbiór zstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści:



drzewo

**Rozbiór wstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od liści do korzenia



# Rozbiór wstępujący

~~Rozbiór **zstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści:~~



drzewo

**Rozbiór wstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od liści do korzenia



# Rozbiór wstępujący

~~Rozbiór **zstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści:~~



drzewo

**Rozbiór wstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od liści do korzenia



## Rozbiór wstępujący

~~Rozbiór **zstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści:~~



drzewo

Rozbiór **wstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od liści do korzenia



drzewo

# Rozbiór wstępujący

~~Rozbiór **zstępujący**~~ — budujemy drzewo rozbioru od korzenia do liści:



drzewo

„Z prądem” działania produkcji gramatyki.

**Rozbiór wstępujący** — budujemy drzewo rozbioru od liści do korzenia



drzewo

„Pod prąd” działania produkcji gramatyki.

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

— systematyczny sposób przypasowywania prawych stron produkcji do terminali na wejściu.

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

— systematyczny sposób przypasowywania prawych stron produkcji do terminali na wejściu.

$$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$$
$$( ( a a ) a )$$

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

— systematyczny sposób przypasowywania prawych stron produkcji do terminali na wejściu.

W ciągu symboli wejściowych znaleźć *podstawę redukcji* — podciąg wejścia zgodny **znak po znaku** z *prawą stroną* produkcji.

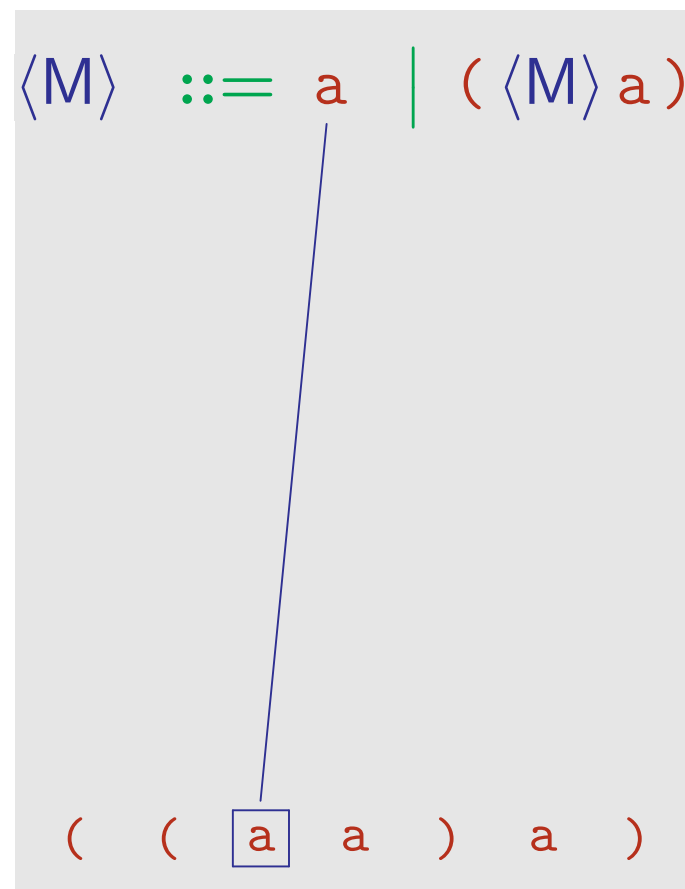
$$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$$

( ( a a ) a )

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

— systematyczny sposób przypasowywania prawych stron produkcji do terminali na wejściu.

W ciągu symboli wejściowych znaleźć *podstawę redukcji* — podciąg wejścia zgodny **znak po znaku** z *prawą stroną* produkcji.

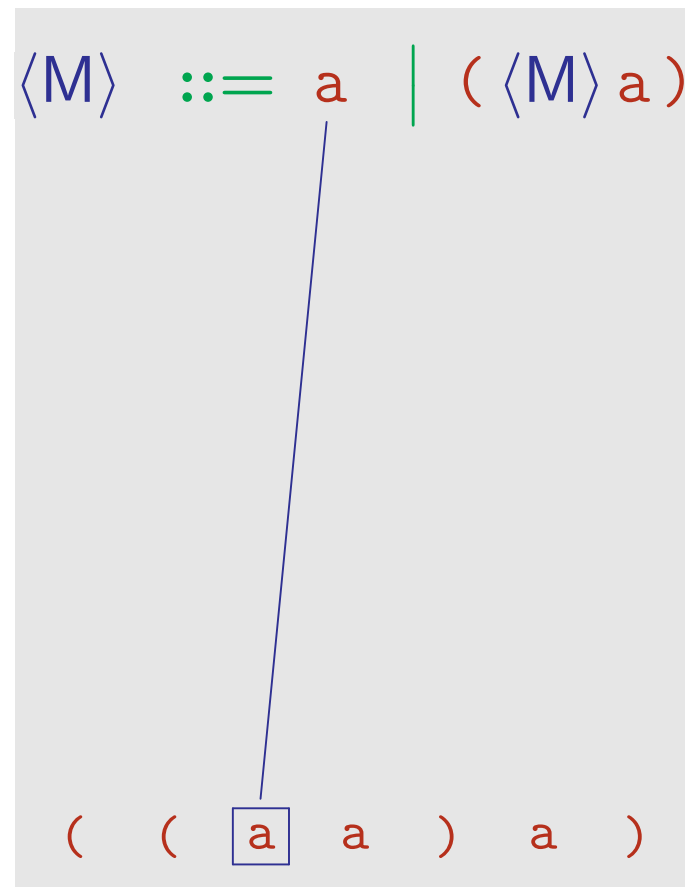


# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

— systematyczny sposób przypasowywania prawych stron produkcji do terminali na wejściu.

W ciągu symboli wejściowych znaleźć *podstawę redukcji* — podciąg wejścia zgodny **znak po znaku** z *prawą stroną* produkcji.

Dokonać *redukcji* — zastąpić *podstawę* nie-terminalem z *lewej strony* tej produkcji.

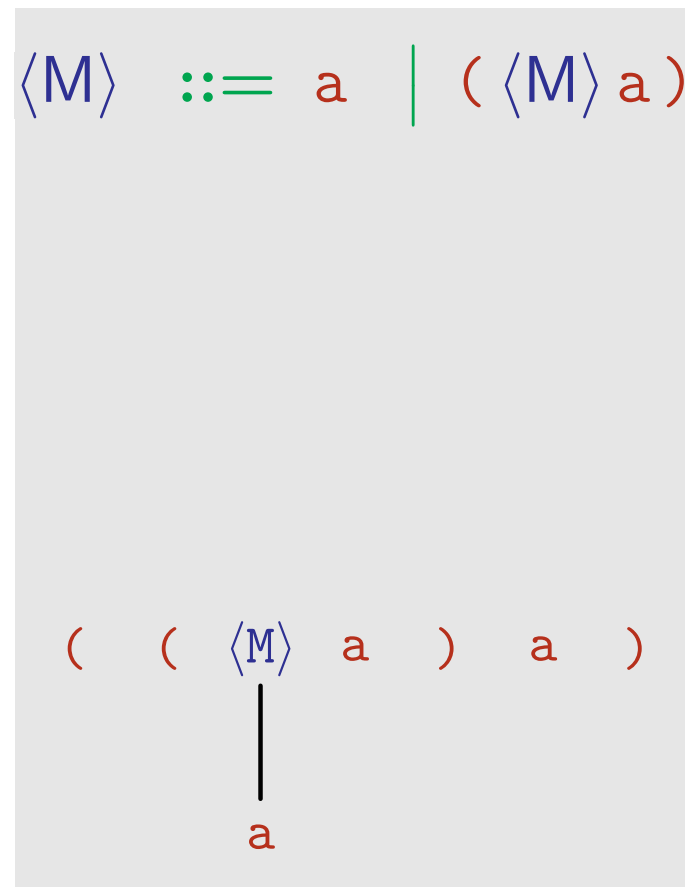


# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

— systematyczny sposób przypasowywania prawych stron produkcji do terminali na wejściu.

W ciągu symboli wejściowych znaleźć *podstawę redukcji* — podciąg wejścia zgodny **znak po znaku** z *prawą stroną* produkcji.

Dokonać *redukcji* — zastąpić *podstawę* nie-terminalem z *lewej strony* tej produkcji.



# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

— systematyczny sposób przypasowywania prawych stron produkcji do terminali na wejściu.

W ciągu symboli wejściowych znaleźć *podstawę redukcji* — podciąg wejścia zgodny **znak po znaku** z *prawą stroną* produkcji.

Dokonać *redukcji* — zastąpić *podstawę* nie-terminalem z *lewej strony* tej produkcji.

Te kroki powtarzać, aż powstanie całe drzewo.

$$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$$

( (  $\langle M \rangle$  a ) a )

|

a

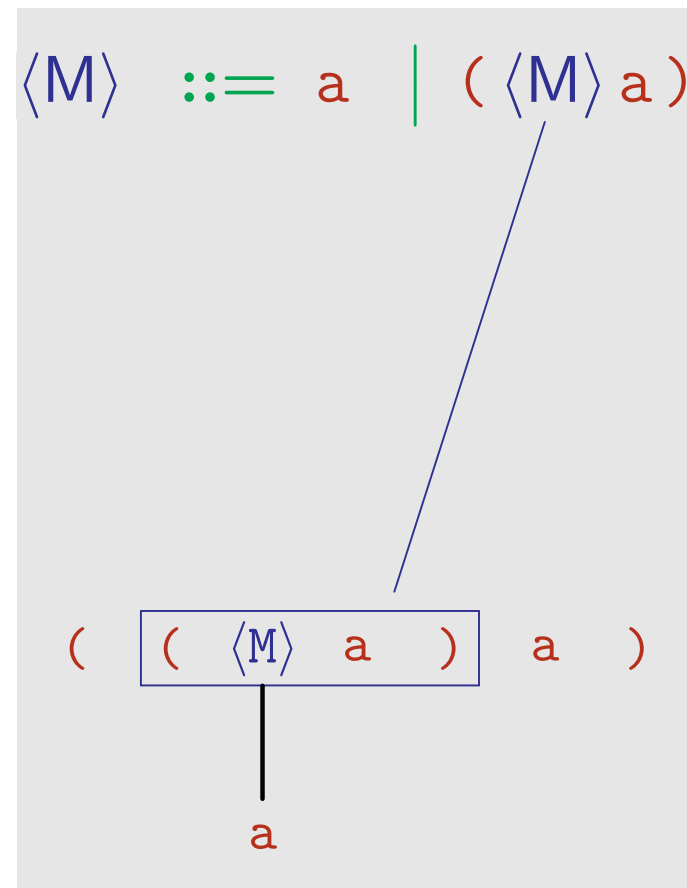
# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

— systematyczny sposób przypasowywania prawych stron produkcji do terminali na wejściu.

W ciągu symboli wejściowych znaleźć *podstawę redukcji* — podciąg wejścia zgodny **znak po znaku** z *prawą stroną* produkcji.

Dokonać *redukcji* — zastąpić *podstawę* nie-terminalem z *lewej strony* tej produkcji.

Te kroki powtarzać, aż powstanie całe drzewo.



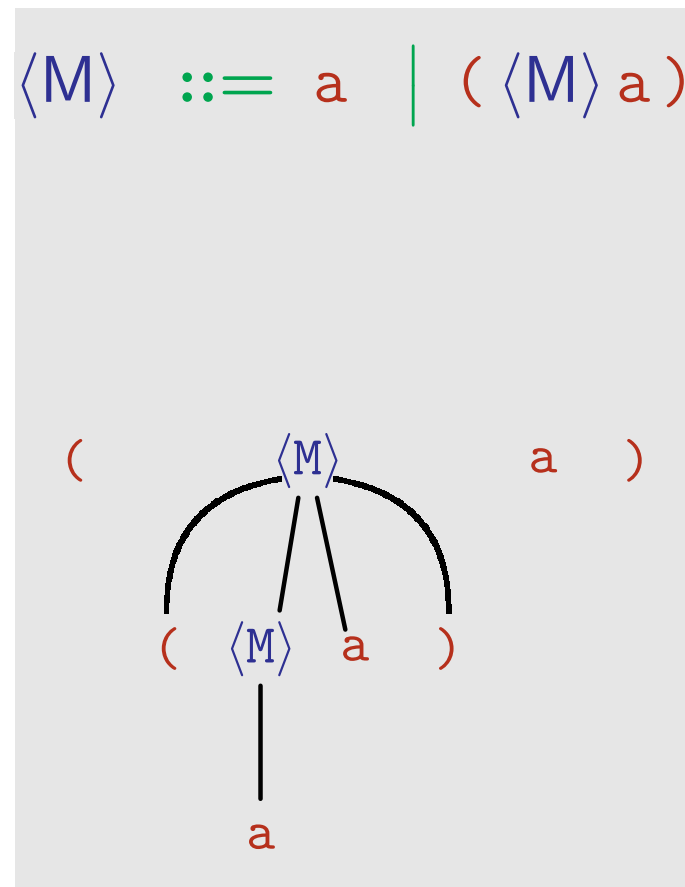
# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

— systematyczny sposób przypasowywania prawych stron produkcji do terminali na wejściu.

W ciągu symboli wejściowych znaleźć *podstawę redukcji* — podciąg wejścia zgodny **znak po znaku** z *prawą stroną* produkcji.

Dokonać *redukcji* — zastąpić *podstawę* nie-terminalem z *lewej strony* tej produkcji.

Te kroki powtarzać, aż powstanie całe drzewo.



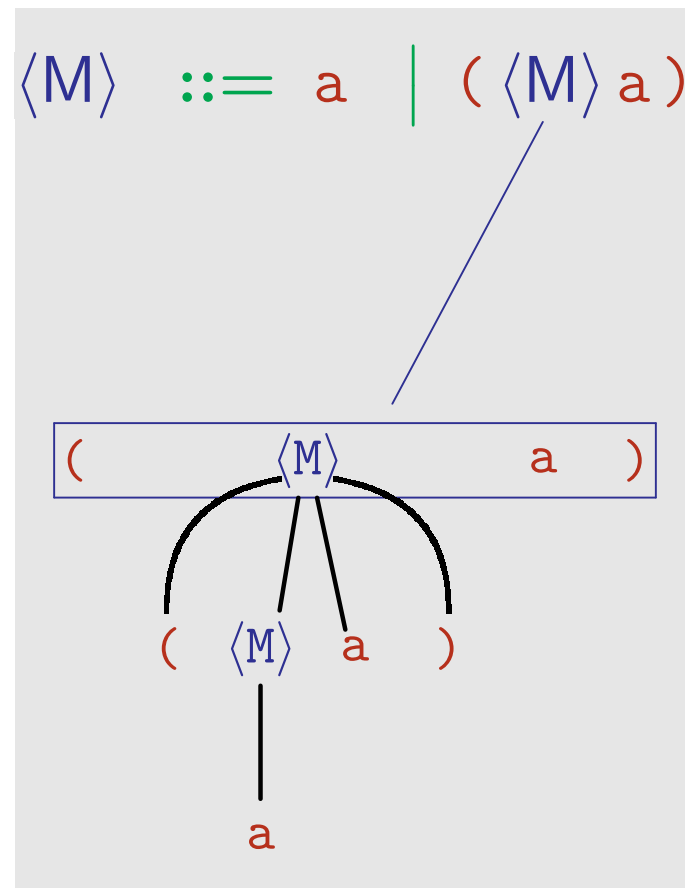
# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

— systematyczny sposób przypasowywania prawych stron produkcji do terminali na wejściu.

W ciągu symboli wejściowych znaleźć *podstawę redukcji* — podciąg wejścia zgodny **znak po znaku** z *prawą stroną* produkcji.

Dokonać *redukcji* — zastąpić *podstawę* nie-terminalem z *lewej strony* tej produkcji.

Te kroki powtarzać, aż powstanie całe drzewo.



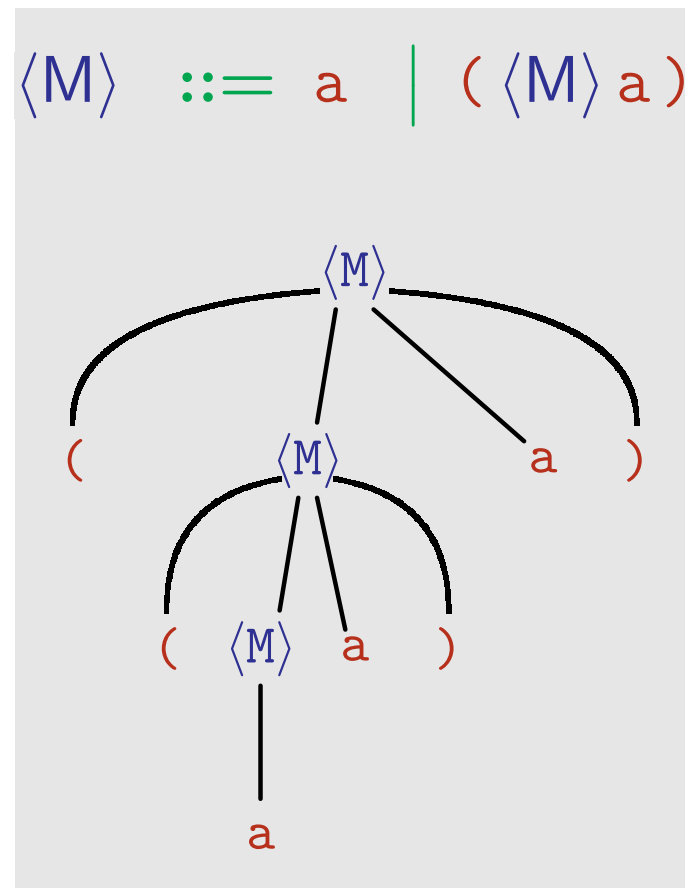
# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

— systematyczny sposób przypasowywania prawych stron produkcji do terminali na wejściu.

W ciągu symboli wejściowych znaleźć *podstawę redukcji* — podciąg wejścia zgodny **znak po znaku** z *prawą stroną* produkcji.

Dokonać *redukcji* — zastąpić *podstawę* nie-terminalem z *lewej strony* tej produkcji.

Te kroki powtarzać, aż powstanie całe drzewo.



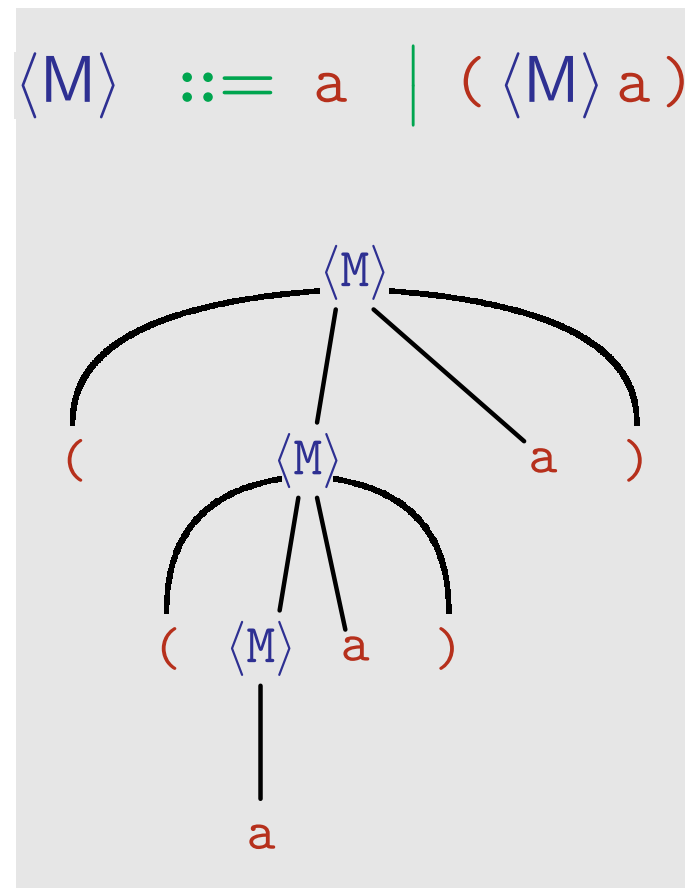
# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

— systematyczny sposób przypasowywania prawych stron produkcji do terminali na wejściu.

W ciągu symboli wejściowych znaleźć *podstawę redukcji* — podciąg wejścia zgodny **znak po znaku** z *prawą stroną* produkcji.

Dokonać *redukcji* — zastąpić *podstawę* nie-terminalem z *lewej strony* tej produkcji.

Te kroki powtarzać, aż powstanie całe drzewo.



**W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?**

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?

$$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$$

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?

$$\langle M \rangle ::= a \mid (\langle M \rangle a)$$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (       | $\langle M \rangle$ | a         | )         |
|---------------------|---------|---------------------|-----------|-----------|
| (                   | $\prec$ | $\dot{=}$           | $\prec$   |           |
| $\langle M \rangle$ |         |                     | $\dot{=}$ |           |
| a                   |         |                     | $\succ$   | $\dot{=}$ |
| )                   |         |                     | $\succ$   |           |

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

## W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?

Relacje wpisane w tablicę związane są z kolejnością redukowania poszczególnych symboli

$$\langle M \rangle ::= a \mid (\langle M \rangle a)$$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (       | $\langle M \rangle$ | a         | )         |
|---------------------|---------|---------------------|-----------|-----------|
| (                   | $\prec$ | $\dot{=}$           | $\prec$   |           |
| $\langle M \rangle$ |         |                     | $\dot{=}$ |           |
| a                   |         |                     | $\succ$   | $\dot{=}$ |
| )                   |         |                     | $\succ$   |           |

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

## W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?

Relacje wpisane w tablicę związane są z kolejnością redukowania poszczególnych symboli:

- jeśli  $x \dot{=} y$  to symbole  $x$  i  $y$  będą się redukować razem (jeśli stoją koło siebie i jeden należy do podstawy, to drugi też)

$\langle M \rangle ::= a \mid (\langle M \rangle a)$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (         | $\langle M \rangle$ | a         | )         |
|---------------------|-----------|---------------------|-----------|-----------|
| (                   | $\dot{<}$ | $\dot{=}$           | $\dot{<}$ |           |
| $\langle M \rangle$ |           |                     | $\dot{=}$ |           |
| a                   |           |                     | $\dot{>}$ | $\dot{=}$ |
| )                   |           |                     | $\dot{>}$ |           |

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

## W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?

Relacje wpisane w tablicę związane są z kolejnością redukowania poszczególnych symboli:

- jeśli  $x \doteq y$  to symbole  $x$  i  $y$  będą się redukować razem (jeśli stoją koło siebie i jeden należy do podstawy, to drugi też);
- jeśli  $x \triangleleft y$  to symbol  $x$  powinien zaczekać, aż  $y$  zostanie zredukowany (jeśli stoją koło siebie i  $y$  należy do podstawy, to  $x$  nie należy do podstawy)

$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (               | $\langle M \rangle$ | a                | )        |
|---------------------|-----------------|---------------------|------------------|----------|
| (                   | $\triangleleft$ | $\doteq$            | $\triangleleft$  |          |
| $\langle M \rangle$ |                 |                     | $\doteq$         |          |
| a                   |                 |                     | $\triangleright$ | $\doteq$ |
| )                   |                 |                     | $\triangleright$ |          |

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

## W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?

Relacje wpisane w tablicę związane są z kolejnością redukowania poszczególnych symboli:

- jeśli  $x \doteq y$  to symbole  $x$  i  $y$  będą się redukować razem (jeśli stoją koło siebie i jeden należy do podstawy, to drugi też);
- jeśli  $x \triangleleft y$  to symbol  $x$  powinien zaczekać, aż  $y$  zostanie zredukowany (jeśli stoją koło siebie i  $y$  należy do podstawy, to  $x$  nie należy do podstawy);
- jeśli  $x \triangleright y$  to symbol  $y$  powinien zaczekać, aż  $x$  zostanie zredukowany (jeśli stoją koło siebie i  $x$  należy do podstawy, to  $y$  nie należy do podstawy)

$\langle M \rangle ::= a \mid (\langle M \rangle a)$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (               | $\langle M \rangle$ | $a$              | )        |
|---------------------|-----------------|---------------------|------------------|----------|
| (                   | $\triangleleft$ | $\doteq$            | $\triangleleft$  |          |
| $\langle M \rangle$ |                 |                     | $\doteq$         |          |
| $a$                 |                 |                     | $\triangleright$ | $\doteq$ |
| )                   |                 |                     | $\triangleright$ |          |

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

## W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?

Relacje wpisane w tablicę związane są z kolejnością redukowania poszczególnych symboli:

- jeśli  $x \doteq y$  to symbole  $x$  i  $y$  będą się redukować razem (jeśli stoją koło siebie i jeden należy do podstawy, to drugi też);
- jeśli  $x \triangleleft y$  to symbol  $x$  powinien poczekać, aż  $y$  zostanie zredukowany (jeśli stoją koło siebie i  $y$  należy do podstawy, to  $x$  nie należy do podstawy);
- jeśli  $x \triangleright y$  to symbol  $y$  powinien poczekać, aż  $x$  zostanie zredukowany (jeśli stoją koło siebie i  $x$  należy do podstawy, to  $y$  nie należy do podstawy);
- jeśli nie ma między nimi żadnej relacji, to nie powinny stać obok siebie (jeśli stoją koło siebie, to jest to błąd).

$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (               | $\langle M \rangle$ | $a$              | )        |
|---------------------|-----------------|---------------------|------------------|----------|
| (                   | $\triangleleft$ | $\doteq$            | $\triangleleft$  |          |
| $\langle M \rangle$ |                 |                     | $\doteq$         |          |
| $a$                 |                 |                     | $\triangleright$ | $\doteq$ |
| )                   |                 |                     | $\triangleright$ |          |

# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?

( ( a a ) a )

$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (         | $\langle M \rangle$ | a         | )         |
|---------------------|-----------|---------------------|-----------|-----------|
| (                   | $\dot{<}$ | $\dot{=}$           | $\dot{<}$ |           |
| $\langle M \rangle$ |           |                     | $\dot{=}$ |           |
| a                   |           |                     | $\dot{>}$ | $\dot{=}$ |
| )                   |           |                     | $\dot{>}$ |           |

# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?



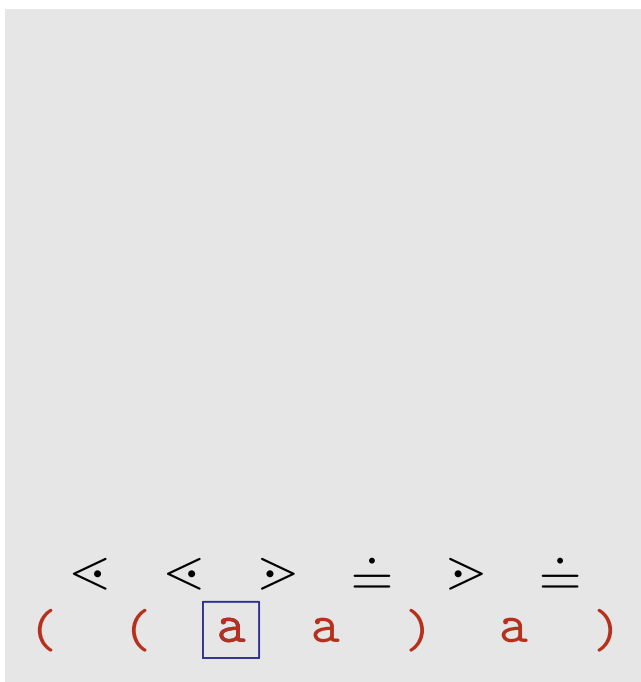
$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (     | $\langle M \rangle$ | a        | )        |
|---------------------|-------|---------------------|----------|----------|
| (                   | $\<.$ | $\equiv$            | $\<.$    |          |
| $\langle M \rangle$ |       |                     | $\equiv$ |          |
| a                   |       |                     | $\>.$    | $\equiv$ |
| )                   |       |                     | $\>.$    |          |

# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?



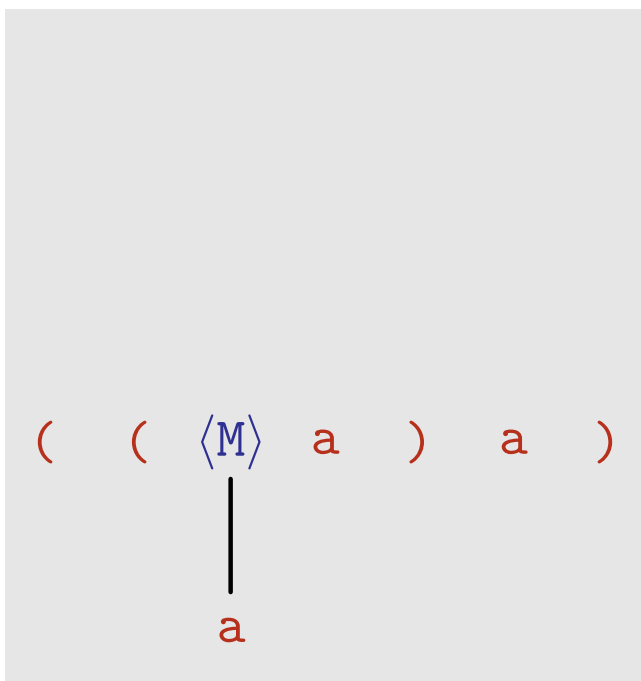
$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (               | $\langle M \rangle$ | a               | )        |
|---------------------|-----------------|---------------------|-----------------|----------|
| (                   | $\langle \cdot$ | $\doteq$            | $\langle \cdot$ |          |
| $\langle M \rangle$ |                 |                     | $\doteq$        |          |
| a                   |                 |                     | $\cdot >$       | $\doteq$ |
| )                   |                 |                     | $\cdot >$       |          |

# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?



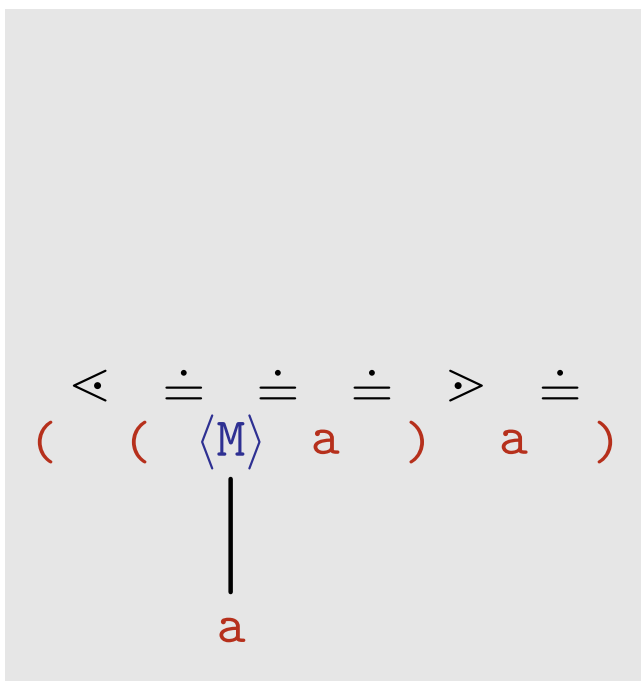
$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (         | $\langle M \rangle$ | a         | )         |
|---------------------|-----------|---------------------|-----------|-----------|
| (                   | $\dot{<}$ | $\dot{=}$           | $\dot{<}$ |           |
| $\langle M \rangle$ |           |                     | $\dot{=}$ |           |
| a                   |           |                     | $\dot{>}$ | $\dot{=}$ |
| )                   |           |                     | $\dot{>}$ |           |

# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?



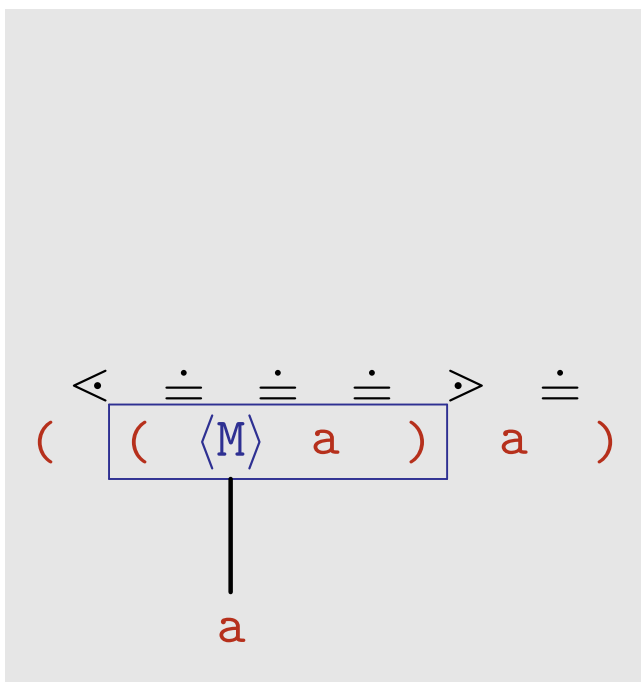
$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (               | $\langle M \rangle$ | a               | )       |
|---------------------|-----------------|---------------------|-----------------|---------|
| (                   | $\langle \cdot$ | $\cdot$             | $\langle \cdot$ |         |
| $\langle M \rangle$ |                 |                     | $\cdot$         |         |
| a                   |                 |                     | $\cdot \rangle$ | $\cdot$ |
| )                   |                 |                     | $\cdot \rangle$ |         |

# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?



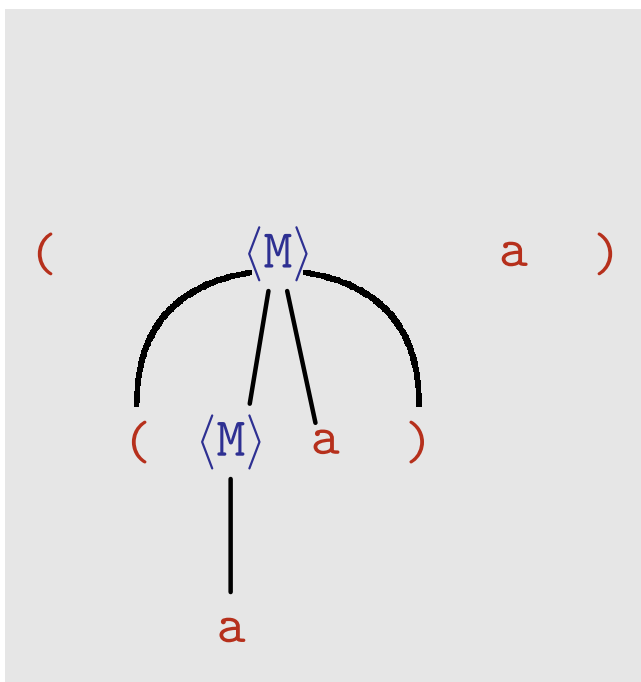
$$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (         | $\langle M \rangle$ | a         | )         |
|---------------------|-----------|---------------------|-----------|-----------|
| (                   | $\dot{<}$ | $\dot{=}$           | $\dot{<}$ |           |
| $\langle M \rangle$ |           |                     | $\dot{=}$ |           |
| a                   |           |                     | $\dot{>}$ | $\dot{=}$ |
| )                   |           |                     | $\dot{>}$ |           |

# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?



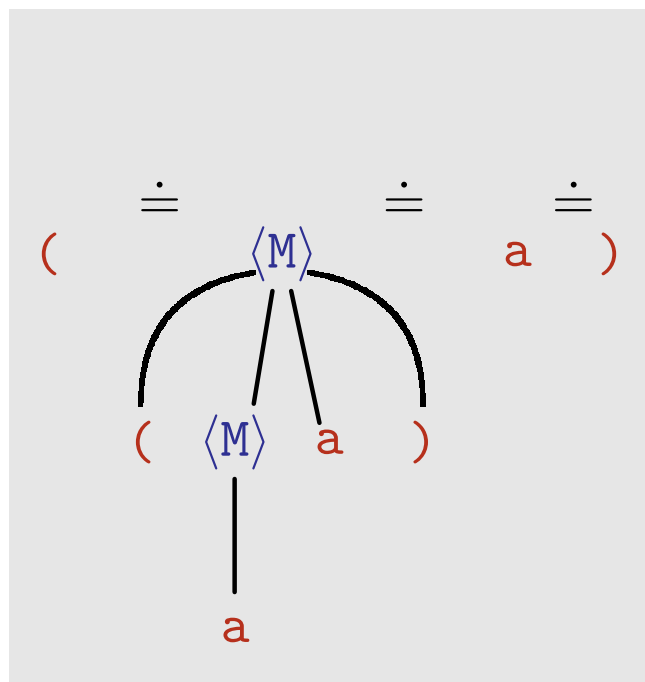
$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (       | $\langle M \rangle$ | a        | )        |
|---------------------|---------|---------------------|----------|----------|
| (                   | $\prec$ | $\doteq$            | $\prec$  |          |
| $\langle M \rangle$ |         |                     | $\doteq$ |          |
| a                   |         |                     | $\succ$  | $\doteq$ |
| )                   |         |                     | $\succ$  |          |

# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?



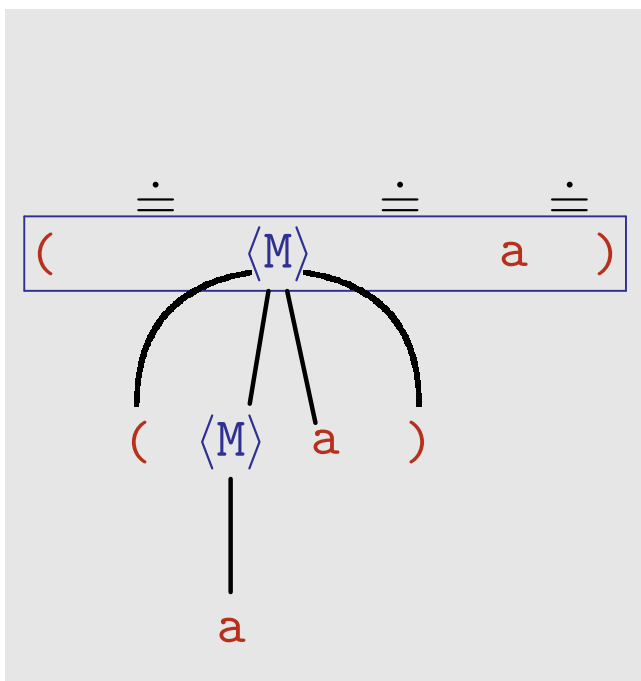
$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (       | $\langle M \rangle$ | a        | )        |
|---------------------|---------|---------------------|----------|----------|
| (                   | $\prec$ | $\doteq$            | $\prec$  |          |
| $\langle M \rangle$ |         |                     | $\doteq$ |          |
| a                   |         |                     | $\succ$  | $\doteq$ |
| )                   |         |                     | $\succ$  |          |

# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?



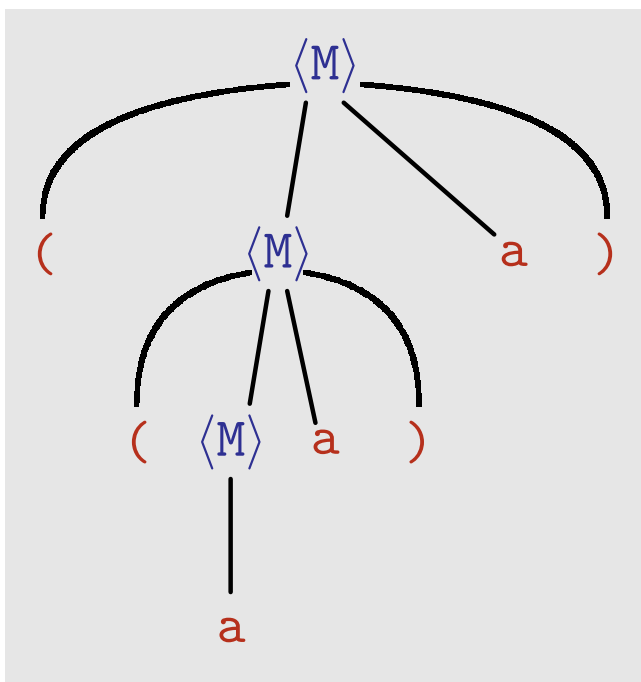
$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (       | $\langle M \rangle$ | a         | )         |
|---------------------|---------|---------------------|-----------|-----------|
| (                   | $\prec$ | $\dot{=}$           | $\prec$   |           |
| $\langle M \rangle$ |         |                     | $\dot{=}$ |           |
| a                   |         |                     | $\succ$   | $\dot{=}$ |
| )                   |         |                     | $\succ$   |           |

# Rozbiór wstępny — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?



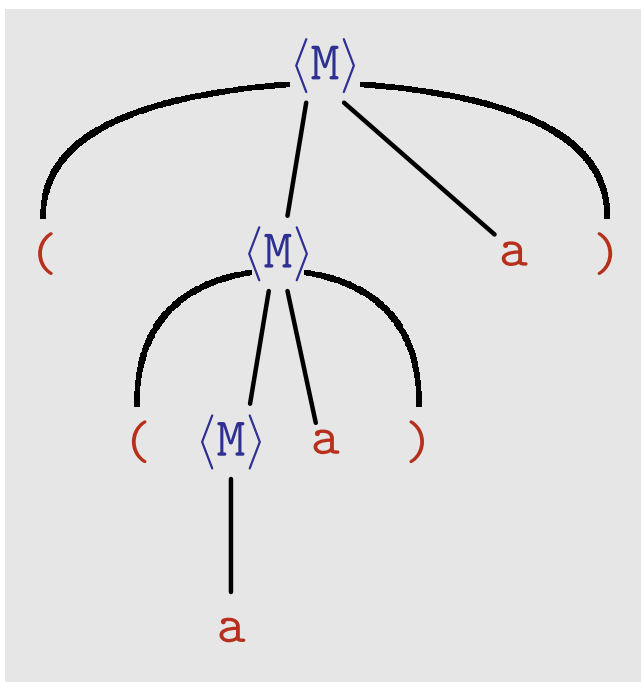
$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (       | $\langle M \rangle$ | a        | )        |
|---------------------|---------|---------------------|----------|----------|
| (                   | $\prec$ | $\doteq$            | $\prec$  |          |
| $\langle M \rangle$ |         |                     | $\doteq$ |          |
| a                   |         |                     | $\succ$  | $\doteq$ |
| )                   |         |                     | $\succ$  |          |

# Rozbiór wstępujący — gramatyki z pierwszeństwem

W jaki sposób znajdujemy podstawę redukcji?



$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$

Tablica pierwszeństwa redukcji:

|                     | (       | $\langle M \rangle$ | a        | )        |
|---------------------|---------|---------------------|----------|----------|
| (                   | $\prec$ | $\doteq$            | $\prec$  |          |
| $\langle M \rangle$ |         |                     | $\doteq$ |          |
| a                   |         |                     | $\succ$  | $\doteq$ |
| )                   |         |                     | $\succ$  |          |

- Jak skonstruować tablicę pierwszeństw?
- Dla jakich gramatyk da się to zrobić?

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Niech  $A \in N$ .

$$fst A \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ x \in \Sigma \cup N \mid \text{istnieje w } P \text{ jakaś produkcja } A \rightarrow xv \right\}$$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Niech  $A \in N$ .

$$\begin{aligned}fst A &\stackrel{\text{def}}{=} \left\{ x \in \Sigma \cup N \mid \text{istnieje w } P \text{ jakaś produkcja } A \rightarrow xv \right\} \\fst^+ A &\stackrel{\text{def}}{=} fst A \cup \bigcup \left\{ fst^+ B \mid B \in N \wedge B \in fst A \right\}\end{aligned}$$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Niech  $A \in N$ .

$$fst A \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ x \in \Sigma \cup N \mid \text{istnieje w } P \text{ jakaś produkcja } A \rightarrow xv \right\}$$

$$fst^+ A \stackrel{\text{def}}{=} fst A \cup \bigcup \left\{ fst^+ B \mid B \in N \wedge B \in fst A \right\}$$

$$lst A \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ x \in \Sigma \cup N \mid \text{istnieje w } P \text{ jakaś produkcja } A \rightarrow wx \right\}$$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Niech  $A \in N$ .

$$fst A \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ x \in \Sigma \cup N \mid \text{istnieje w } P \text{ jakaś produkcja } A \rightarrow xv \right\}$$

$$fst^+ A \stackrel{\text{def}}{=} fst A \cup \bigcup \left\{ fst^+ B \mid B \in N \wedge B \in fst A \right\}$$

$$lst A \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ x \in \Sigma \cup N \mid \text{istnieje w } P \text{ jakaś produkcja } A \rightarrow wx \right\}$$

$$lst^+ A \stackrel{\text{def}}{=} lst A \cup \bigcup \left\{ lst^+ B \mid B \in N \wedge B \in lst A \right\}$$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Niech  $A \in N$ .

$$fst A \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ x \in \Sigma \cup N \mid \text{istnieje w } P \text{ jakaś produkcja } A \rightarrow xv \right\}$$

$$fst^+ A \stackrel{\text{def}}{=} fst A \cup \bigcup \left\{ fst^+ B \mid B \in N \wedge B \in fst A \right\}$$

$$lst A \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ x \in \Sigma \cup N \mid \text{istnieje w } P \text{ jakaś produkcja } A \rightarrow wx \right\}$$

$$lst^+ A \stackrel{\text{def}}{=} lst A \cup \bigcup \left\{ lst^+ B \mid B \in N \wedge B \in lst A \right\}$$

## Przykład:

$$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a ) \quad \text{—} \quad fst \langle M \rangle = \{ a, ( \}$$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Niech  $A \in N$ .

$$fst A \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ x \in \Sigma \cup N \mid \text{istnieje w } P \text{ jakaś produkcja } A \rightarrow xv \right\}$$

$$fst^+ A \stackrel{\text{def}}{=} fst A \cup \bigcup \left\{ fst^+ B \mid B \in N \wedge B \in fst A \right\}$$

$$lst A \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ x \in \Sigma \cup N \mid \text{istnieje w } P \text{ jakaś produkcja } A \rightarrow wx \right\}$$

$$lst^+ A \stackrel{\text{def}}{=} lst A \cup \bigcup \left\{ lst^+ B \mid B \in N \wedge B \in lst A \right\}$$

## Przykład:

$$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a ) \quad \text{---} \quad fst \langle M \rangle = \{ a, ( \}$$

## Przykład:

$$\left. \begin{array}{l} \langle M \rangle ::= a \mid \langle Q \rangle a \\ \langle Q \rangle ::= ( \langle M \rangle \end{array} \right\} \quad \text{---} \quad \left\{ \begin{array}{l} fst \langle M \rangle = \{ a, \langle Q \rangle \} \\ fst^+ \langle M \rangle = \{ a, \langle Q \rangle \} \cup fst^+ \langle Q \rangle \\ \quad \quad \quad = \{ a, \langle Q \rangle, ( \} \end{array} \right.$$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Relacje  $\dot{=}$ ,  $\dot{<}$ ,  $\dot{>}$  w  $\Sigma \cup N$  określone są następująco

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Relacje  $\dot{=}$ ,  $\dot{<}$ ,  $\dot{>}$  w  $\Sigma \cup N$  określone są następująco:

$x \dot{=} y \iff$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxyv$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Relacje  $\doteq$ ,  $\triangleleft$ ,  $\triangleright$  w  $\Sigma \cup N$  określone są następująco:

$x \doteq y \iff$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxyv$

$x \triangleleft y \iff$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxBv$   
taka że  $y \in \text{fst}^+ B$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

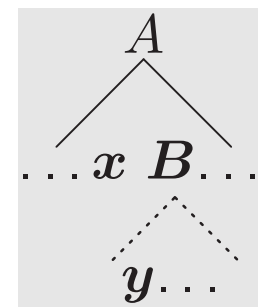
Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Relacje  $\doteq$ ,  $\triangleleft$ ,  $\triangleright$  w  $\Sigma \cup N$  określone są następująco:

$x \doteq y \iff$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxyv$

$x \triangleleft y \iff$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxBv$   
taka że  $y \in \text{fst}^+ B$



# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Relacje  $\doteq$ ,  $\triangleleft$ ,  $\triangleright$  w  $\Sigma \cup N$  określone są następująco:

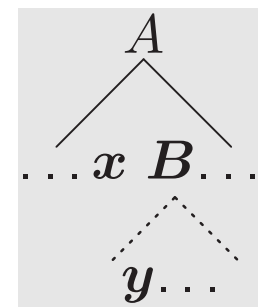
$x \doteq y \stackrel{\text{def}}{\iff}$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxyv$

$x \triangleleft y \stackrel{\text{def}}{\iff}$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxBv$   
taka że  $y \in \text{fst}^+ B$

$x \triangleright y \stackrel{\text{def}}{\iff}$

w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wByv$   
taka że  $x \in \text{lst}^+ B$

**lub**



# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Relacje  $\doteq$ ,  $\triangleleft$ ,  $\triangleright$  w  $\Sigma \cup N$  określone są następująco:

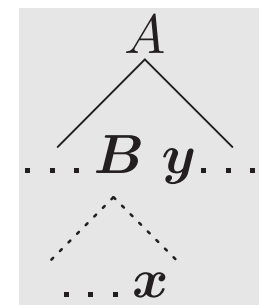
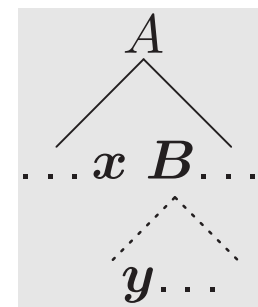
$x \doteq y \stackrel{\text{def}}{\iff}$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxyv$

$x \triangleleft y \stackrel{\text{def}}{\iff}$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxBv$   
taka że  $y \in \text{fst}^+ B$

$x \triangleright y \stackrel{\text{def}}{\iff}$

w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wByv$   
taka że  $x \in \text{lst}^+ B$

**lub**



# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Relacje  $\doteq$ ,  $\triangleleft$ ,  $\triangleright$  w  $\Sigma \cup N$  określone są następująco:

$x \doteq y \xLeftrightarrow{\text{def}}$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxyv$

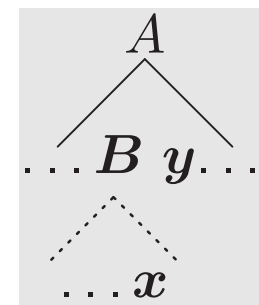
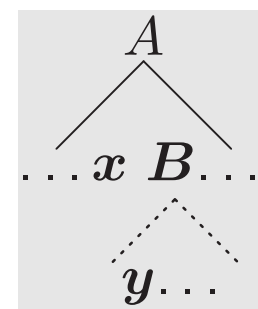
$x \triangleleft y \xLeftrightarrow{\text{def}}$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxBv$   
taka że  $y \in \text{fst}^+ B$

$x \triangleright y \xLeftrightarrow{\text{def}}$

w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wByv$   
taka że  $x \in \text{lst}^+ B$

**lub**

w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wBCv$   
taka że  $x \in \text{lst}^+ B$  i  $y \in \text{fst}^+ C$



# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Niech  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  będzie gramatyką bezkontekstową.

## Definicja:

Relacje  $\doteq$ ,  $\triangleleft$ ,  $\triangleright$  w  $\Sigma \cup N$  określone są następująco:

$x \doteq y \xLeftrightarrow{\text{def}}$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxyv$

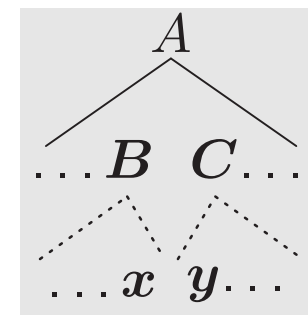
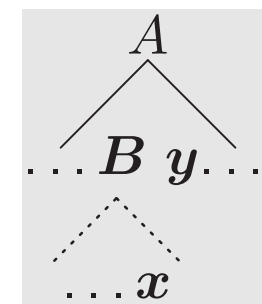
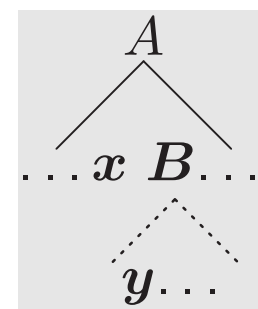
$x \triangleleft y \xLeftrightarrow{\text{def}}$  w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wxBv$   
taka że  $y \in \text{fst}^+ B$

$x \triangleright y \xLeftrightarrow{\text{def}}$

w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wByv$   
taka że  $x \in \text{lst}^+ B$

**lub**

w  $P$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wBCv$   
taka że  $x \in \text{lst}^+ B$  i  $y \in \text{fst}^+ C$



# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

Przykład:

$$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

## Przykład:

$$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$$

$$x \doteq y \stackrel{\text{def}}{\iff} \text{istnieje produkcja } A \rightarrow wxyv$$

$$( \doteq \langle M \rangle \quad \langle M \rangle \doteq a \quad a \doteq )$$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

## Przykład:

$$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$$

$x \doteq y \iff^{\text{def}}$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wx y v$

$$( \doteq \langle M \rangle \quad \langle M \rangle \doteq a \quad a \doteq )$$

$x \triangleleft y \iff^{\text{def}}$  istnieje produkcja  $A \rightarrow wx B v$  taka że  $y \in \text{fst}^+ B$

$$( \triangleleft a \quad ( \triangleleft ( \quad (\text{bo } \text{fst}^+ \langle M \rangle = \{a, (\})$$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

## Przykład:

$$\langle M \rangle ::= a \mid ( \langle M \rangle a )$$

$$x \doteq y \stackrel{\text{def}}{\iff} \text{istnieje produkcja } A \rightarrow wxyv$$

$$( \doteq \langle M \rangle \quad \langle M \rangle \doteq a \quad a \doteq )$$

$$x \triangleleft y \stackrel{\text{def}}{\iff} \text{istnieje produkcja } A \rightarrow wxByv \text{ taka że } y \in \text{fst}^+ B$$

$$( \triangleleft a \quad ( \triangleleft ( \quad (\text{bo } \text{fst}^+ \langle M \rangle = \{a, ( \})$$

$$x \triangleright y \stackrel{\text{def}}{\iff}$$

$$\text{istnieje produkcja } A \rightarrow wByv \text{ taka że } x \in \text{lst}^+ B$$

$$a \triangleright a \quad ) \triangleright a \quad (\text{bo } \text{lst}^+ \langle M \rangle = \{a, ) \})$$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

## Przykład:

$$\langle M \rangle ::= a \mid (\langle M \rangle a)$$

$$x \doteq y \stackrel{\text{def}}{\iff} \text{istnieje produkcja } A \rightarrow wxyv$$

$$( \doteq \langle M \rangle \quad \langle M \rangle \doteq a \quad a \doteq )$$

$$x \triangleleft y \stackrel{\text{def}}{\iff} \text{istnieje produkcja } A \rightarrow wxByv \text{ taka że } y \in \text{fst}^+ B$$

$$( \triangleleft a \quad ( \triangleleft ( \quad (\text{bo } \text{fst}^+ \langle M \rangle = \{a, (\})$$

$$x \triangleright y \stackrel{\text{def}}{\iff}$$

$$\text{istnieje produkcja } A \rightarrow wByv \text{ taka że } x \in \text{lst}^+ B$$

$$a \triangleright a \quad ) \triangleright a \quad (\text{bo } \text{lst}^+ \langle M \rangle = \{a, )\}$$

$$\text{lub istnieje produkcja } A \rightarrow wBCv \text{ taka że } x \in \text{lst}^+ B \text{ i } y \in \text{fst}^+ C$$

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

|                     | (             | $\langle M \rangle$ | a                     | )         |
|---------------------|---------------|---------------------|-----------------------|-----------|
| (                   | $\angle\cdot$ | $\dot{=}$           | $\angle\cdot$         |           |
| $\langle M \rangle$ |               |                     | $\dot{=}$             |           |
| a                   |               |                     | $\cdot\triangleright$ | $\dot{=}$ |
| )                   |               |                     | $\cdot\triangleright$ |           |

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

|                     | (         | $\langle M \rangle$ | a         | )         |
|---------------------|-----------|---------------------|-----------|-----------|
| (                   | $\dot{<}$ | $\dot{=}$           | $\dot{<}$ |           |
| $\langle M \rangle$ |           |                     | $\dot{=}$ |           |
| a                   |           |                     | $\dot{>}$ | $\dot{=}$ |
| )                   |           |                     | $\dot{>}$ |           |

## Uwaga:

- nie jest prawdą, że zawsze  $x \dot{=} x$   
(np. nie zachodzi  $a \dot{=} a$ )

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

|                     | (         | $\langle M \rangle$ | a         | )         |
|---------------------|-----------|---------------------|-----------|-----------|
| (                   | $\dot{<}$ | $\dot{=}$           | $\dot{<}$ |           |
| $\langle M \rangle$ |           |                     | $\dot{=}$ |           |
| a                   |           |                     | $\dot{>}$ | $\dot{=}$ |
| )                   |           |                     | $\dot{>}$ |           |

## Uwaga:

- nie jest prawdą, że zawsze  $x \dot{=} x$   
(np. nie zachodzi  $a \dot{=} a$ );
- nie jest prawdą, że zawsze z  $x \dot{=} y$  wynika  $y \dot{=} x$   
(np. zachodzi  $a \dot{=} )$  ale nie zachodzi  $) \dot{=} a$  )

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

|                     | (         | $\langle M \rangle$ | a         | )         |
|---------------------|-----------|---------------------|-----------|-----------|
| (                   | $\dot{<}$ | $\dot{=}$           | $\dot{<}$ |           |
| $\langle M \rangle$ |           |                     | $\dot{=}$ |           |
| a                   |           |                     | $\dot{>}$ | $\dot{=}$ |
| )                   |           |                     | $\dot{>}$ |           |

## Uwaga:

- nie jest prawdą, że zawsze  $x \dot{=} x$   
(np. nie zachodzi  $a \dot{=} a$ );
- nie jest prawdą, że zawsze z  $x \dot{=} y$  wynika  $y \dot{=} x$   
(np. zachodzi  $a \dot{=} )$  ale nie zachodzi  $) \dot{=} a$ );
- nie jest prawdą, że zawsze z  $x \dot{<} y$  wynika  $y \dot{>} x$   
(np. zachodzi  $( \dot{<} a$  ale nie zachodzi  $a \dot{>} ($ )

# Konstrukcja tablic pierwszeństwa

|                     | (               | $\langle M \rangle$ | a                | )        |
|---------------------|-----------------|---------------------|------------------|----------|
| (                   | $\triangleleft$ | $\doteq$            | $\triangleleft$  |          |
| $\langle M \rangle$ |                 |                     | $\doteq$         |          |
| a                   |                 |                     | $\triangleright$ | $\doteq$ |
| )                   |                 |                     | $\triangleright$ |          |

## Uwaga:

- nie jest prawdą, że zawsze  $x \doteq x$  (np. nie zachodzi  $a \doteq a$ );
- nie jest prawdą, że zawsze z  $x \doteq y$  wynika  $y \doteq x$  (np. zachodzi  $a \doteq )$  ale nie zachodzi  $) \doteq a$ );
- nie jest prawdą, że zawsze z  $x \triangleleft y$  wynika  $y \triangleright x$  (np. zachodzi  $( \triangleleft a$  ale nie zachodzi  $a \triangleright ($ );
- nie jest prawdą, że zawsze z  $x \triangleleft y$  i  $y \doteq z$  wynika  $x \triangleleft z$  (np. zachodzi  $( \triangleleft a$  i  $a \doteq )$  ale nie zachodzi  $( \triangleleft )$ ).

# Zakres stosowalności gramatyk z pierwszeństwem

## Przykład:

|                     |       |                     |  |                                         |
|---------------------|-------|---------------------|--|-----------------------------------------|
| $\langle W \rangle$ | $::=$ | $\langle S \rangle$ |  | $\langle W \rangle + \langle S \rangle$ |
| $\langle S \rangle$ | $::=$ | $\ell$              |  | $( \langle W \rangle )$                 |

# Zakres stosowalności gramatyk z pierwszeństwem

## Przykład:

|                     |       |                     |  |                                         |
|---------------------|-------|---------------------|--|-----------------------------------------|
| $\langle W \rangle$ | $::=$ | $\langle S \rangle$ |  | $\langle W \rangle + \langle S \rangle$ |
| $\langle S \rangle$ | $::=$ | $\ell$              |  | $( \langle W \rangle )$                 |

Ponieważ  $($  i  $\langle W \rangle$  sąsiadują w tej samej produkcji, więc  $( \doteq \langle W \rangle$ .

# Zakres stosowalności gramatyk z pierwszeństwem

## Przykład:

|                     |       |                     |  |                                         |
|---------------------|-------|---------------------|--|-----------------------------------------|
| $\langle W \rangle$ | $::=$ | $\langle S \rangle$ |  | $\langle W \rangle + \langle S \rangle$ |
| $\langle S \rangle$ | $::=$ | $\ell$              |  | $( \langle W \rangle )$                 |

Ponieważ  $($  i  $\langle W \rangle$  sąsiadują w tej samej produkcji, więc  $( \doteq \langle W \rangle$ .

Ponieważ  $\langle W \rangle \in fst^+ \langle W \rangle$ , więc  $( \triangleleft \langle W \rangle$ .

# Zakres stosowalności gramatyk z pierwszeństwem

## Przykład:

|                     |       |                     |  |                                         |
|---------------------|-------|---------------------|--|-----------------------------------------|
| $\langle W \rangle$ | $::=$ | $\langle S \rangle$ |  | $\langle W \rangle + \langle S \rangle$ |
| $\langle S \rangle$ | $::=$ | $\ell$              |  | $( \langle W \rangle )$                 |

Ponieważ  $($  i  $\langle W \rangle$  sąsiadują w tej samej produkcji, więc  $( \doteq \langle W \rangle$ .

Ponieważ  $\langle W \rangle \in \text{fst}^+ \langle W \rangle$ , więc  $( \triangleleft \langle W \rangle$ .

Dla tej gramatyki nie da się więc skonstruować tablicy pierwszeństwa.

# Zakres stosowalności gramatyk z pierwszeństwem

## Przykład:

|                     |       |                     |  |                                         |
|---------------------|-------|---------------------|--|-----------------------------------------|
| $\langle W \rangle$ | $::=$ | $\langle S \rangle$ |  | $\langle W \rangle + \langle S \rangle$ |
| $\langle S \rangle$ | $::=$ | $\ell$              |  | $( \langle W \rangle )$                 |

Ponieważ  $($  i  $\langle W \rangle$  sąsiadują w tej samej produkcji, więc  $( \doteq \langle W \rangle$ .

Ponieważ  $\langle W \rangle \in \text{fst}^+ \langle W \rangle$ , więc  $( \triangleleft \langle W \rangle$ .

Dla tej gramatyki nie da się więc skonstruować tablicy pierwszeństwa.

## Przykład:

|                     |       |     |  |                       |
|---------------------|-------|-----|--|-----------------------|
| $\langle A \rangle$ | $::=$ | $a$ |  | $\langle B \rangle a$ |
| $\langle B \rangle$ | $::=$ | $a$ |  |                       |

# Zakres stosowalności gramatyk z pierwszeństwem

## Przykład:

|                     |       |                     |  |                                         |
|---------------------|-------|---------------------|--|-----------------------------------------|
| $\langle W \rangle$ | $::=$ | $\langle S \rangle$ |  | $\langle W \rangle + \langle S \rangle$ |
| $\langle S \rangle$ | $::=$ | $\ell$              |  | $( \langle W \rangle )$                 |

Ponieważ  $($  i  $\langle W \rangle$  sąsiadują w tej samej produkcji, więc  $( \doteq \langle W \rangle$ .

Ponieważ  $\langle W \rangle \in fst^+ \langle W \rangle$ , więc  $( \triangleleft \langle W \rangle$ .

Dla tej gramatyki nie da się więc skonstruować tablicy pierwszeństwa.

## Przykład:

|                     |       |     |  |                       |
|---------------------|-------|-----|--|-----------------------|
| $\langle A \rangle$ | $::=$ | $a$ |  | $\langle B \rangle a$ |
| $\langle B \rangle$ | $::=$ | $a$ |  |                       |

Nie wiadomo, do jakiego nieterminalu zredukować  $a$ .

# Zakres stosowalności gramatyk z pierwszeństwem

## Przykład:

|                     |       |                     |  |                                         |
|---------------------|-------|---------------------|--|-----------------------------------------|
| $\langle W \rangle$ | $::=$ | $\langle S \rangle$ |  | $\langle W \rangle + \langle S \rangle$ |
| $\langle S \rangle$ | $::=$ | $\ell$              |  | $( \langle W \rangle )$                 |

Ponieważ  $($  i  $\langle W \rangle$  sąsiadują w tej samej produkcji, więc  $( \doteq \langle W \rangle$ .

Ponieważ  $\langle W \rangle \in fst^+ \langle W \rangle$ , więc  $( \triangleleft \langle W \rangle$ .

Dla tej gramatyki nie da się więc skonstruować tablicy pierwszeństwa.

## Przykład:

|                     |       |     |  |                       |
|---------------------|-------|-----|--|-----------------------|
| $\langle A \rangle$ | $::=$ | $a$ |  | $\langle B \rangle a$ |
| $\langle B \rangle$ | $::=$ | $a$ |  |                       |

Nie wiadomo, do jakiego nieterminalu zredukować  $a$ .

Dla tej gramatyki nie da się zastosować analizy z pierwszeństwem.

# Zakres stosowalności gramatyk z pierwszeństwem

## Przykład:

$$\begin{array}{l|l} \langle W \rangle & ::= \langle S \rangle \mid \langle W \rangle + \langle S \rangle \\ \langle S \rangle & ::= \ell \mid ( \langle W \rangle ) \end{array}$$

Ponieważ  $($  i  $\langle W \rangle$  sąsiadują w tej samej produkcji, więc  $( \doteq \langle W \rangle$ .

Ponieważ  $\langle W \rangle \in fst^+ \langle W \rangle$ , więc  $( \triangleleft \langle W \rangle$ .

Dla tej gramatyki nie da się więc skonstruować tablicy pierwszeństwa.

## Przykład:

$$\begin{array}{l|l} \langle A \rangle & ::= a \mid \langle B \rangle a \\ \langle B \rangle & ::= a \end{array}$$

Nie wiadomo, do jakiego nieterminalu zredukować  $a$ .

Dla tej gramatyki nie da się zastosować analizy z pierwszeństwem.

## Definicja:

Gramatyka bezkontekstowa  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  jest *gramatyką z pierwszeństwem*

# Zakres stosowalności gramatyk z pierwszeństwem

## Przykład:

$$\begin{array}{l|l} \langle W \rangle & ::= \langle S \rangle \mid \langle W \rangle + \langle S \rangle \\ \langle S \rangle & ::= \ell \mid ( \langle W \rangle ) \end{array}$$

Ponieważ  $($  i  $\langle W \rangle$  sąsiadują w tej samej produkcji, więc  $( \doteq \langle W \rangle$ .

Ponieważ  $\langle W \rangle \in fst^+ \langle W \rangle$ , więc  $( \triangleleft \langle W \rangle$ .

Dla tej gramatyki nie da się więc skonstruować tablicy pierwszeństwa.

## Przykład:

$$\begin{array}{l|l} \langle A \rangle & ::= a \mid \langle B \rangle a \\ \langle B \rangle & ::= a \end{array}$$

Nie wiadomo, do jakiego nieterminalu zredukować  $a$ .

Dla tej gramatyki nie da się zastosować analizy z pierwszeństwem.

## Definicja:

Gramatyka bezkontekstowa  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  jest *gramatyką z pierwszeństwem* jeśli

- dla każdych dwóch symboli  $x, y \in \Sigma \cup N$ , zachodzi najwyżej jeden ze związków  $x \doteq y$ ,  $x \triangleleft y$ ,  $x \triangleright y$  (może nie zachodzić żaden)

# Zakres stosowalności gramatyk z pierwszeństwem

## Przykład:

$$\begin{array}{l|l} \langle W \rangle & ::= \langle S \rangle \mid \langle W \rangle + \langle S \rangle \\ \langle S \rangle & ::= \ell \mid ( \langle W \rangle ) \end{array}$$

Ponieważ  $($  i  $\langle W \rangle$  sąsiadują w tej samej produkcji, więc  $( \doteq \langle W \rangle$ .

Ponieważ  $\langle W \rangle \in fst^+ \langle W \rangle$ , więc  $( \triangleleft \langle W \rangle$ .

Dla tej gramatyki nie da się więc skonstruować tablicy pierwszeństwa.

## Przykład:

$$\begin{array}{l|l} \langle A \rangle & ::= a \mid \langle B \rangle a \\ \langle B \rangle & ::= a \end{array}$$

Nie wiadomo, do jakiego nieterminalu zredukować  $a$ .

Dla tej gramatyki nie da się zastosować analizy z pierwszeństwem.

## Definicja:

Gramatyka bezkontekstowa  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  jest *gramatyką z pierwszeństwem* jeśli

- dla każdych dwóch symboli  $x, y \in \Sigma \cup N$ , zachodzi najwyżej jeden ze związków  $x \doteq y$ ,  $x \triangleleft y$ ,  $x \triangleright y$  (może nie zachodzić żaden),
- nie istnieją dwie różne produkcje o tej samej prawej stronie

# Zakres stosowalności gramatyk z pierwszeństwem

## Przykład:

$$\begin{array}{l|l} \langle W \rangle ::= \langle S \rangle & \langle W \rangle + \langle S \rangle \\ \langle S \rangle ::= \ell & ( \langle W \rangle ) \end{array}$$

Ponieważ  $($  i  $\langle W \rangle$  sąsiadują w tej samej produkcji, więc  $( \doteq \langle W \rangle$ .

Ponieważ  $\langle W \rangle \in fst^+ \langle W \rangle$ , więc  $( \triangleleft \langle W \rangle$ .

Dla tej gramatyki nie da się więc skonstruować tablicy pierwszeństwa.

## Przykład:

$$\begin{array}{l|l} \langle A \rangle ::= a & \langle B \rangle a \\ \langle B \rangle ::= a & \end{array}$$

Nie wiadomo, do jakiego nieterminalu zredukować  $a$ .

Dla tej gramatyki nie da się zastosować analizy z pierwszeństwem.

## Definicja:

Gramatyka bezkontekstowa  $G = \langle \Sigma, N, P, S \rangle$  jest *gramatyką z pierwszeństwem* jeśli

- dla każdych dwóch symboli  $x, y \in \Sigma \cup N$ , zachodzi najwyżej jeden ze związków  $x \doteq y$ ,  $x \triangleleft y$ ,  $x \triangleright y$  (może nie zachodzić żaden),
- nie istnieją dwie różne produkcje o tej samej prawej stronie, ani produkcja o pustej prawej stronie:  $\langle A \rangle \rightarrow \lambda$ .

# Poprawianie na gramatykę z pierwszeństwem

## Przykład:

|                     |       |                     |  |                                         |
|---------------------|-------|---------------------|--|-----------------------------------------|
| $\langle W \rangle$ | $::=$ | $\langle S \rangle$ |  | $\langle W \rangle + \langle S \rangle$ |
| $\langle S \rangle$ | $::=$ | $\ell$              |  | $( \langle W \rangle )$                 |

# Poprawianie na gramatykę z pierwszeństwem

## Przykład:

|                     |       |                     |  |                                         |
|---------------------|-------|---------------------|--|-----------------------------------------|
| $\langle W \rangle$ | $::=$ | $\langle S \rangle$ |  | $\langle W \rangle + \langle S \rangle$ |
| $\langle S \rangle$ | $::=$ | $\ell$              |  | $( \langle W \rangle )$                 |

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$       | $\ell$    | $($       | $)$       |
|---------------------|---------------------|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$ |           |           | $\dot{=}$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\dot{>}$ |           |           | $\dot{>}$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |           | $\dot{<}$ | $\dot{<}$ |           |
| $\ell$              |                     |                     | $\dot{>}$ |           |           | $\dot{>}$ |
| $($                 | $\dot{=}/\dot{<}$   | $\dot{<}$           |           | $\dot{<}$ | $\dot{<}$ |           |
| $)$                 |                     |                     | $\dot{>}$ |           |           | $\dot{>}$ |

# Poprawianie na gramatykę z pierwszeństwem

## Przykład:

$\langle W \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle W \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= \ell \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$       | $\ell$    | $($       | $)$       |
|---------------------|---------------------|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$ |           |           | $\dot{=}$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\dot{>}$ |           |           | $\dot{>}$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |           | $\dot{<}$ | $\dot{<}$ |           |
| $\ell$              |                     |                     | $\dot{>}$ |           |           | $\dot{>}$ |
| $($                 | $\dot{=}/\dot{<}$   | $\dot{<}$           |           | $\dot{<}$ | $\dot{<}$ |           |
| $)$                 |                     |                     | $\dot{>}$ |           |           | $\dot{>}$ |

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= \ell \mid ( \langle W \rangle )$

# Poprawianie na gramatykę z pierwszeństwem

## Przykład:

$$\begin{array}{l|l} \langle W \rangle ::= \langle S \rangle & \langle W \rangle + \langle S \rangle \\ \langle S \rangle ::= \ell & ( \langle W \rangle ) \end{array}$$

|                     | $\langle W \rangle$      | $\langle S \rangle$ | $+$              | $\ell$          | $($             | $)$              |
|---------------------|--------------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                          |                     | $\doteq$         |                 |                 | $\doteq$         |
| $\langle S \rangle$ |                          |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |
| $+$                 |                          | $\doteq$            |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |
| $\ell$              |                          |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |
| $($                 | $\doteq / \triangleleft$ | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |
| $)$                 |                          |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |

$$\begin{array}{l|l} \langle W \rangle ::= \langle V \rangle & \\ \langle V \rangle ::= \langle S \rangle & \langle V \rangle + \langle S \rangle \\ \langle S \rangle ::= \ell & ( \langle W \rangle ) \end{array}$$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $\ell$          | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\doteq$         |                     |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     |
| $+$                 |                     | $\doteq$            |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     |
| $\ell$              |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     |
| $($                 | $\doteq$            | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\doteq$         |                 |                 | $\triangleright$ |                     |

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:



WEJŚCIE:

 $l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:



WEJŚCIE:

 $l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:  $\triangleleft$   
 $\square \quad l$



WEJŚCIE:

$l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:  $\triangleleft$

|           |                     |
|-----------|---------------------|
| $\square$ | $\langle S \rangle$ |
|-----------|---------------------|

$l$



WEJŚCIE:

$l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:  $\triangleleft$

|           |                     |
|-----------|---------------------|
| $\square$ | $\langle V \rangle$ |
|-----------|---------------------|

$\langle S \rangle$

$l$

$\dot{=}$

WEJŚCIE:

$l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:

|                 |                       |
|-----------------|-----------------------|
| $\triangleleft$ | $\dot{=}$             |
| $\square$       | $\langle V \rangle +$ |

$\langle S \rangle$   
 $l$



WEJŚCIE:

$l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:

|                 |                     |                 |
|-----------------|---------------------|-----------------|
| $\triangleleft$ | $\dot{=}$           | $\triangleleft$ |
| $\square$       | $\langle V \rangle$ | $+$ $($         |

$\langle S \rangle$   
 $l$



WEJŚCIE:

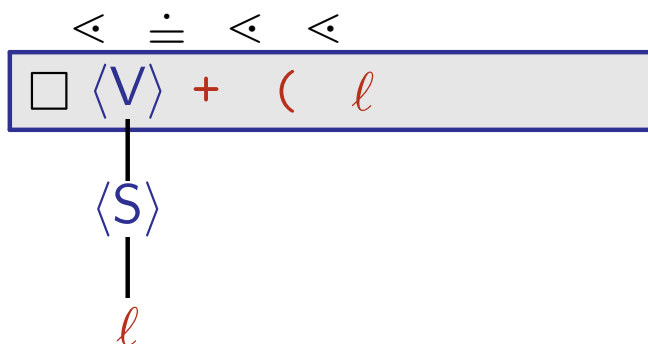
$l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:



WEJŚCIE:

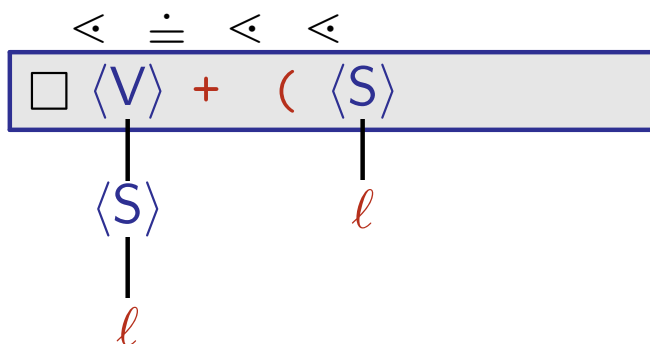
$l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:



WEJŚCIE:

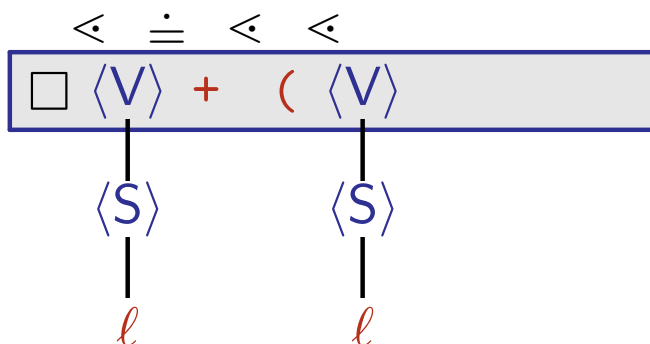
 $l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:

 $\dot{=}$ 

WEJŚCIE:

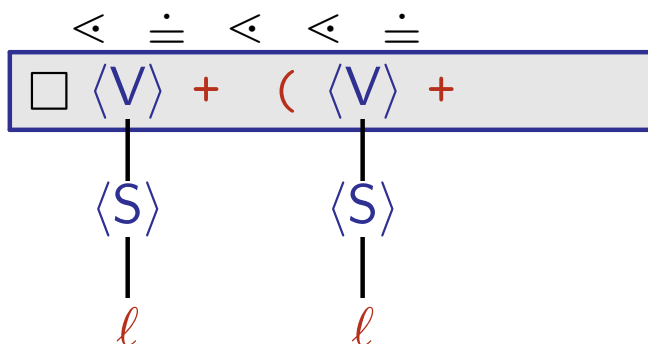
 $l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:



WEJŚCIE:

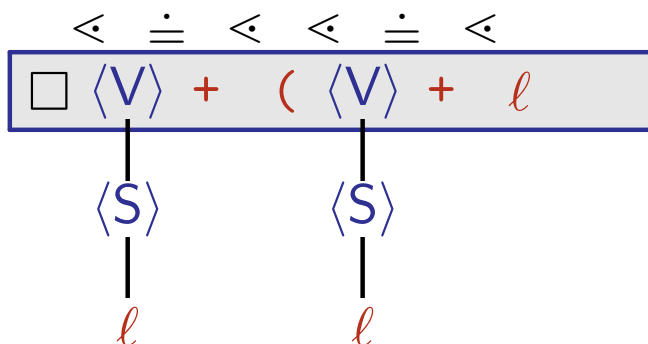
 $l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:



WEJŚCIE:

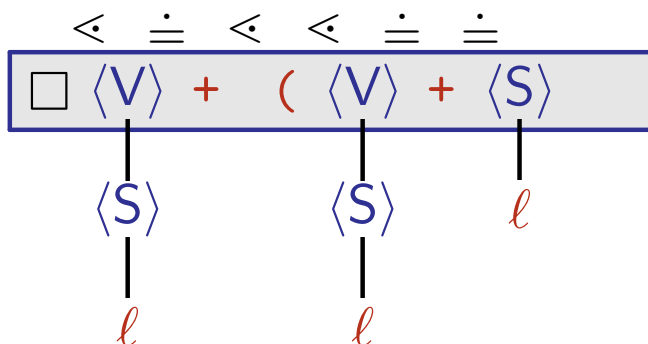
 $l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:



WEJŚCIE:

 $l + ( l + l ) + l \square$

|                     |                     |                     |                  |                 |                 |                  |  |                     |                  |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|--|---------------------|------------------|
|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $\ell$          | $($             | $)$              |  | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |  |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |  |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |  |                     | $\triangleright$ |
| $\ell$              |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |  |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |  |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |  |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  |  | $\triangleleft$     |                  |

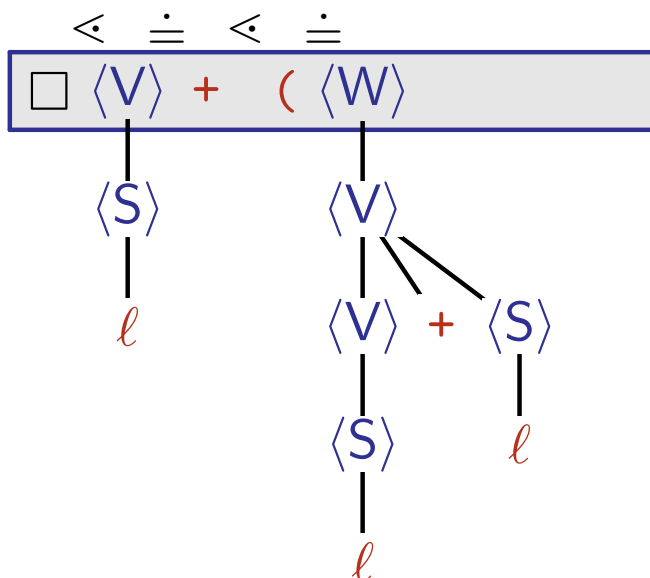
$$l + (l + l) + l \square$$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:

 $\dot{=}$ 

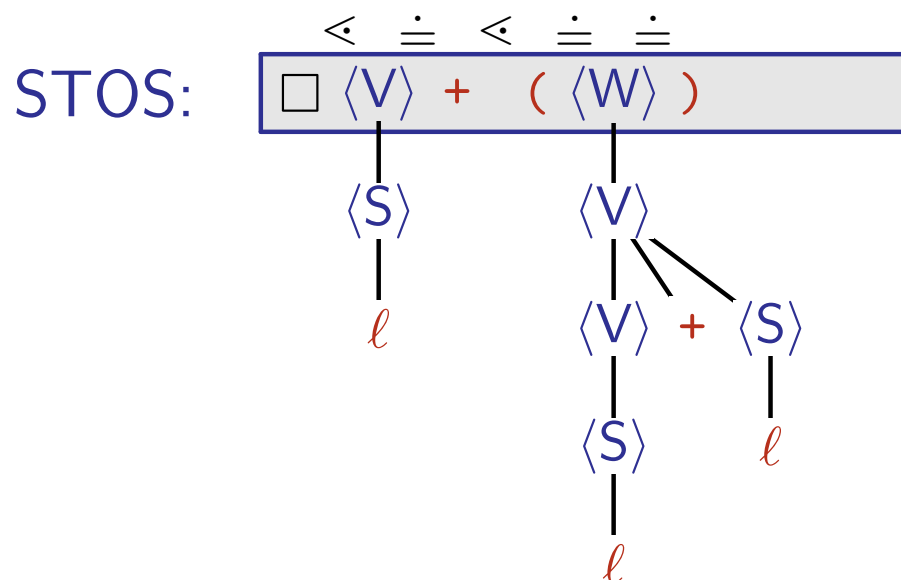
WEJŚCIE:

 $l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid (\langle W \rangle)$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |



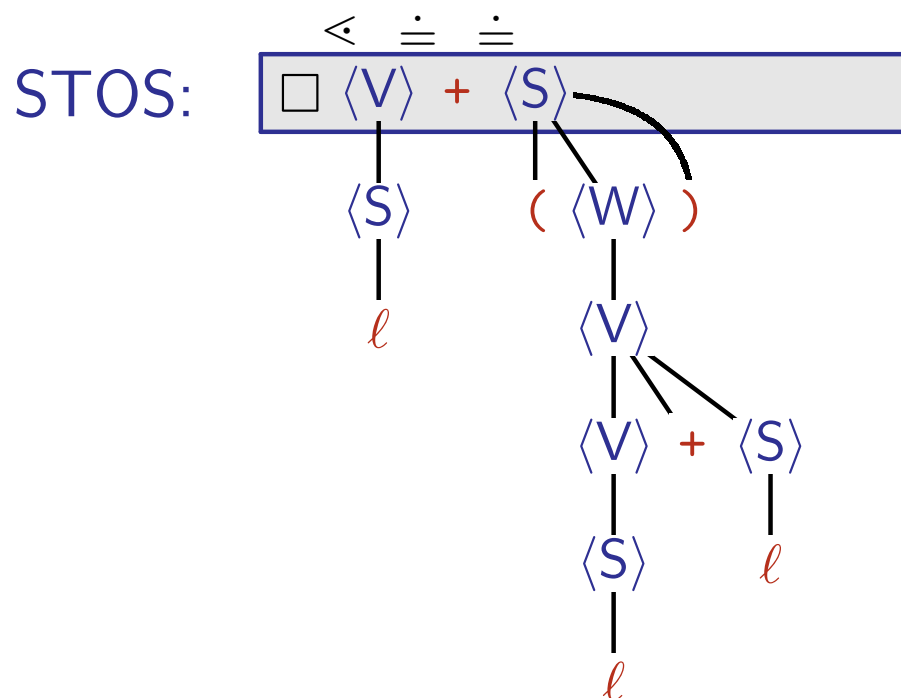
WEJŚCIE:

$l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |



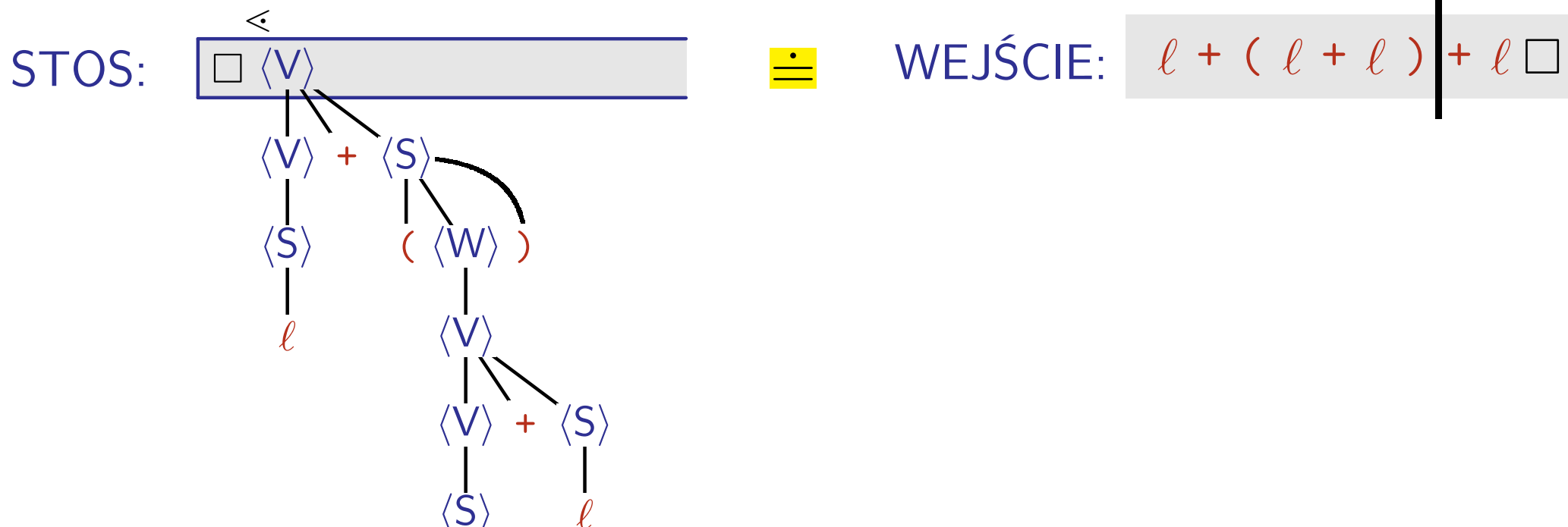
WEJŚCIE:

$l + ( l + l ) + l \square$

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

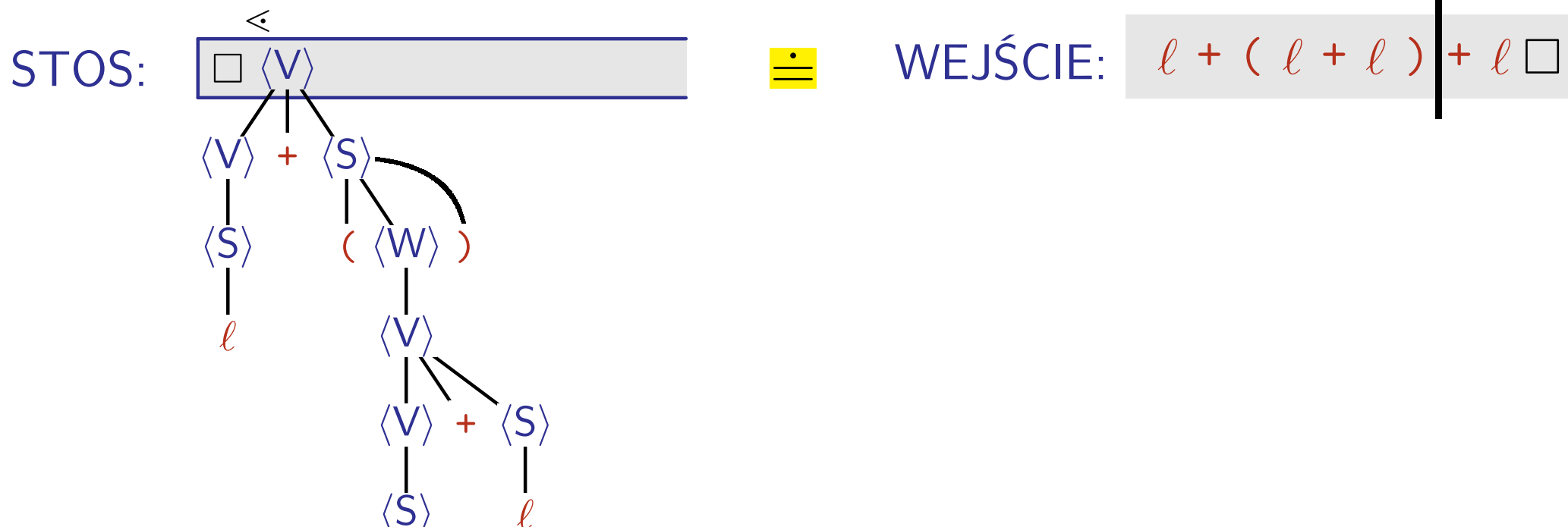
|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\doteq$         |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\doteq$            |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\doteq$            | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\doteq$         |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |



# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\doteq$         |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\doteq$            |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\doteq$            | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\doteq$         |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |



# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

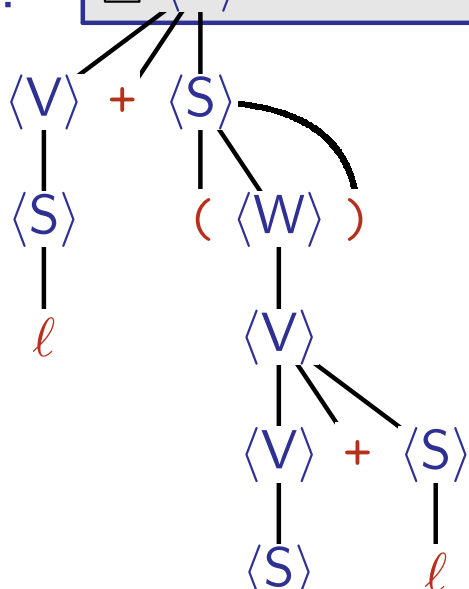
|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:  $\square \langle V \rangle$

$\dot{=}$

WEJŚCIE:

$l + ( l + l ) + l \square$



# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

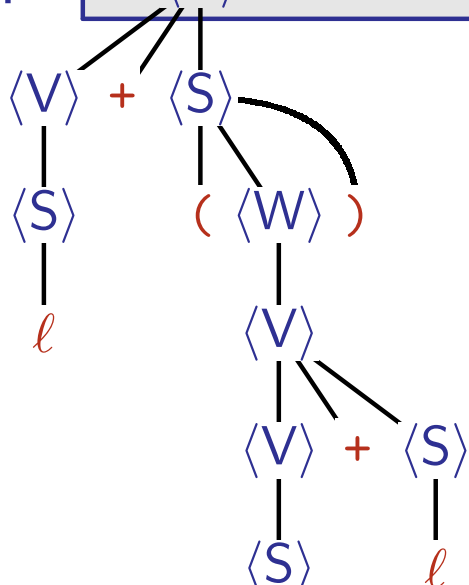
|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:  $\square \langle V \rangle +$



WEJŚCIE:

$l + ( l + l ) + l \square$



# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= \ell \mid ( \langle W \rangle )$

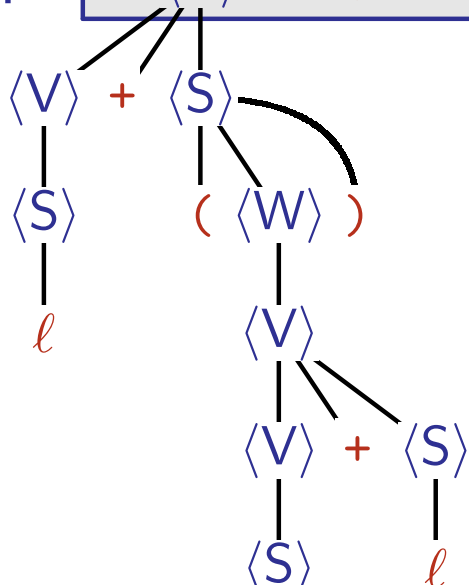
|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $\ell$          | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $\ell$              |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:  $\square \langle V \rangle + \ell$



WEJŚCIE:

$\ell + ( \ell + \ell ) + \ell \square$



# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

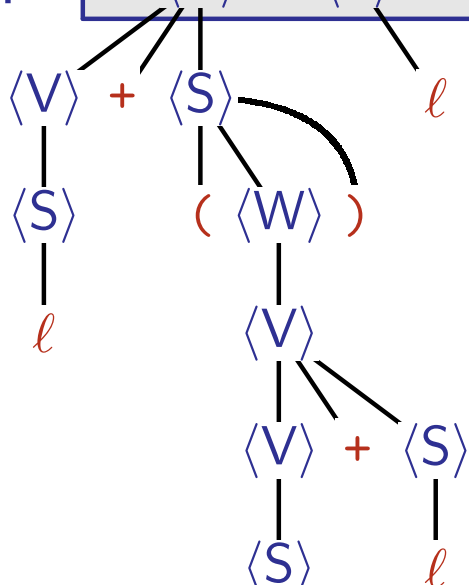
|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:  $\square \quad \triangleleft \quad \dot{=} \quad \dot{=}$



WEJŚCIE:

$l + ( l + l ) + l \quad \square$



# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= l \mid ( \langle W \rangle )$

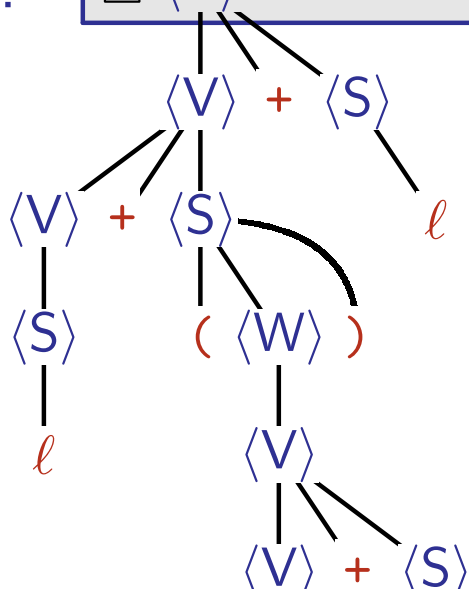
|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $l$             | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $l$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:  $\triangleleft$



WEJŚCIE:

$l + ( l + l ) + l$   $\square$



# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= \ell \mid ( \langle W \rangle )$

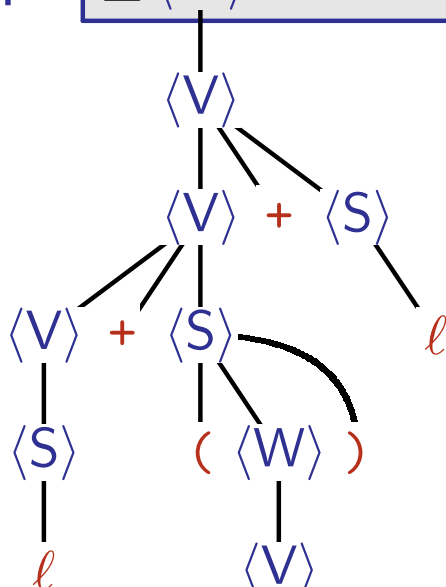
|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $\ell$          | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $\ell$              |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |

STOS:  $\square \langle W \rangle$



WEJŚCIE:

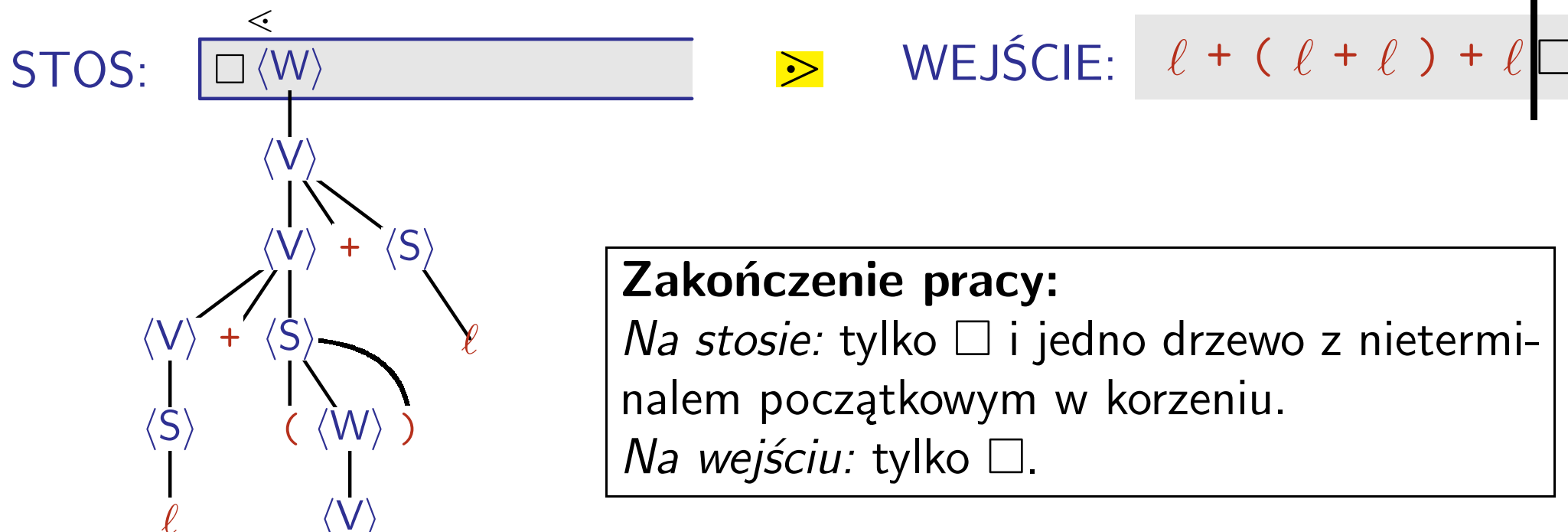
$\ell + ( \ell + \ell ) + \ell \square$



# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= \ell \mid ( \langle W \rangle )$

|                     | $\langle W \rangle$ | $\langle S \rangle$ | $+$              | $\ell$          | $($             | $)$              | $\langle V \rangle$ | $\square$        |
|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|---------------------|------------------|
| $\langle W \rangle$ |                     |                     |                  |                 |                 | $\dot{=}$        |                     | $\triangleright$ |
| $\langle S \rangle$ |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $+$                 |                     | $\dot{=}$           |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  |                     | $\triangleright$ |
| $\ell$              |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $($                 | $\dot{=}$           | $\triangleleft$     |                  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ |                  | $\triangleleft$     | $\triangleright$ |
| $)$                 |                     |                     | $\triangleright$ |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\langle V \rangle$ |                     |                     | $\dot{=}$        |                 |                 | $\triangleright$ |                     | $\triangleright$ |
| $\square$           | $\triangleleft$     | $\triangleleft$     | $\triangleleft$  | $\triangleleft$ | $\triangleleft$ | $\triangleleft$  | $\triangleleft$     |                  |



## Zakończenie pracy:

Na stosie: tylko  $\square$  i jedno drzewo z nietermi-  
nałem początkowym w korzeniu.

Na wejściu: tylko  $\square$ .

# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

```
inicjalizacje ();
do {
    switch (pierwszenstwo [szczyt_stosu()][leks]) {
        case nieokr:
            blad ("Te symbole nie moga wystepowac obok siebie: ",
                znak_z_symb (szczyt_stosu()), znak_z_symb (leks));
            break;
        case mniejsze:
        case rowne:
            drz = drzewo_z_terminalu (leks); na_stos (drz);
            nast_leks();
            break;
        case wieksze: redukcja(); break;
    }
}
while (wys_stosu != 2 || szczyt_stosu() != wyr || leks != pusty);
drz = ze_stosu (); drukuj_drzewo (drz);
```

# Wykonanie redukcji

$$\begin{array}{l} \langle W \rangle ::= \langle V \rangle \\ \langle V \rangle ::= \langle S \rangle \quad | \quad \langle V \rangle + \langle S \rangle \\ \langle S \rangle ::= \ell \quad | \quad ( \langle W \rangle ) \end{array}$$

# Wykonanie redukcji

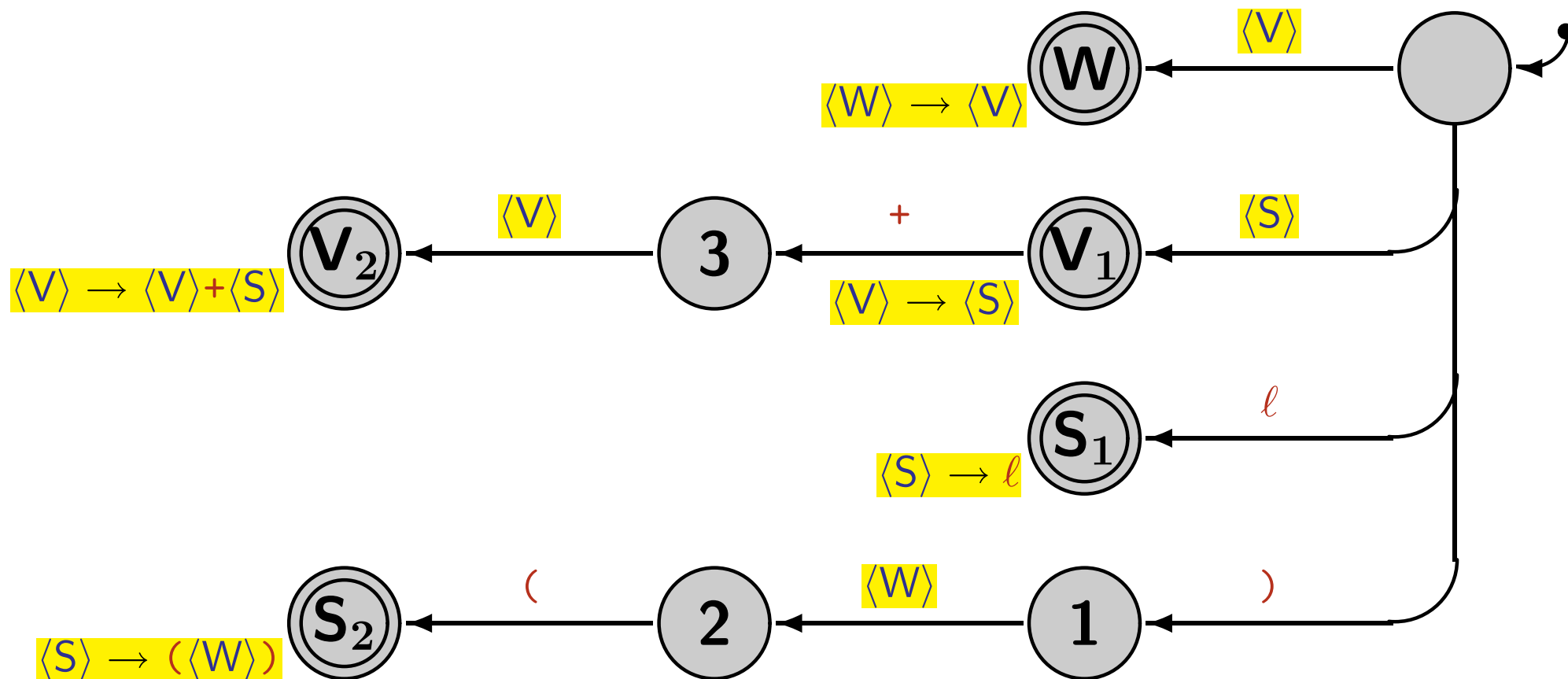
$$\begin{array}{lcl}
 \langle W \rangle & ::= & \langle V \rangle \\
 \langle V \rangle & ::= & \langle S \rangle \quad | \quad \langle V \rangle + \langle S \rangle \\
 \langle S \rangle & ::= & \ell \quad | \quad ( \langle W \rangle )
 \end{array}$$

- zdejmujemy ze stosu symbole między  $\langle$  and  $\rangle$

# Wykonanie redukcji

$\langle W \rangle ::= \langle V \rangle$   
 $\langle V \rangle ::= \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle$   
 $\langle S \rangle ::= \ell \mid ( \langle W \rangle )$

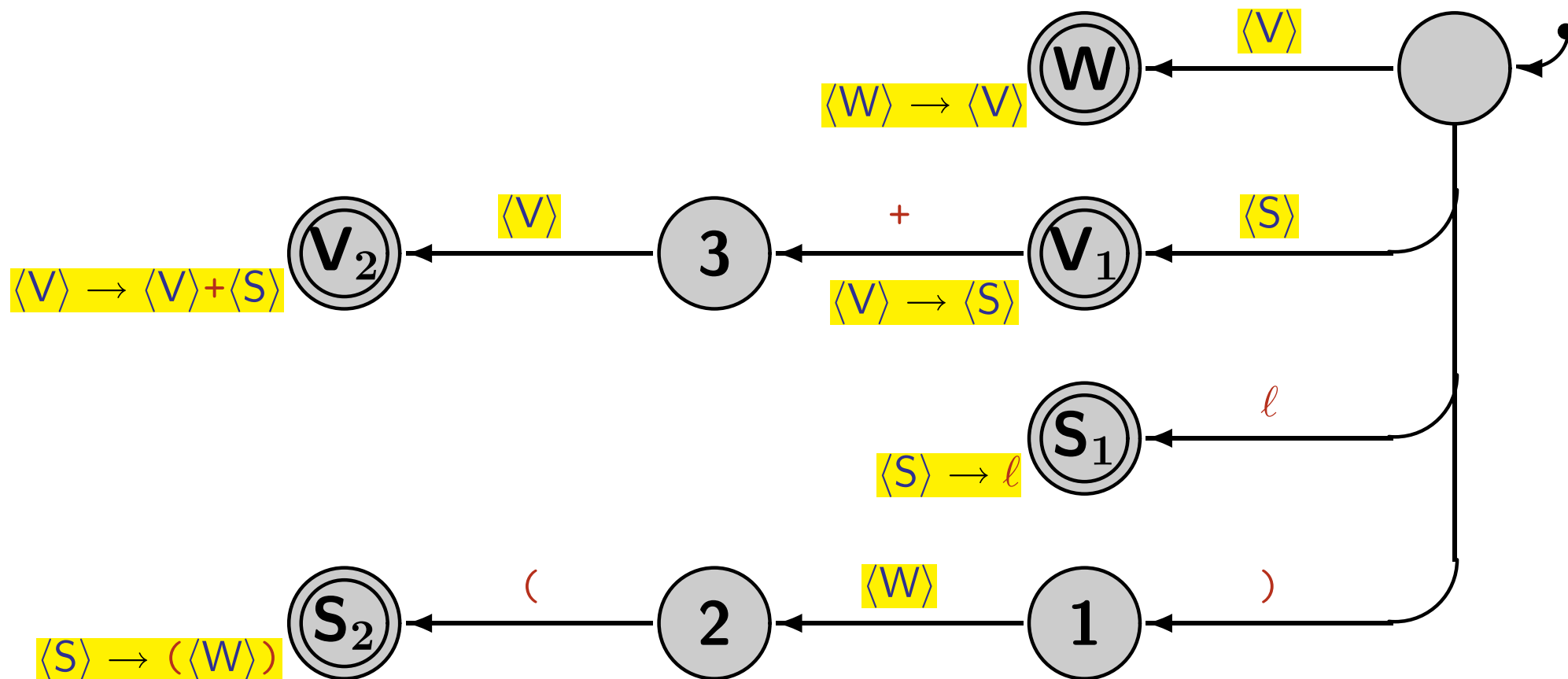
- zdejmujemy ze stosu symbole między  $\langle$  and  $\rangle$ ;
- wyszukujemy właściwą produkcję za pomocą automatu skończonego zbudowanego wg gramatyki



# Wykonanie redukcji

$$\begin{array}{lcl}
 \langle W \rangle & ::= & \langle V \rangle \\
 \langle V \rangle & ::= & \langle S \rangle \mid \langle V \rangle + \langle S \rangle \\
 \langle S \rangle & ::= & \ell \mid ( \langle W \rangle )
 \end{array}$$

- zdejmujemy ze stosu symbole między  $\langle$  and  $\rangle$ ;
- wyszukujemy właściwą produkcję za pomocą automatu skończonego zbudowanego wg gramatyki;
- wkładamy na stos nieterminal z lewej strony tej produkcji.



# Użycie tablicy pierwszeństwa do rozbioru

```
void redukcja (void) {
    Stan st = stan_pocz;   drzewo drz;   int i;
    drz.czyterm = FALSE;
    drz.u.s.il_syn = 0;
    do {
        for (i=drz.u.s.il_syn; i>0; i--)
            drz.u.s.syn[i] = drz.u.s.syn[i-1];
        (drz.u.s.il_syn)++;
        drz.u.s.syn[0] = (drzewo*)malloc(sizeof(drzewo));
        *(drz.u.s.syn[0]) = ze_stosu();
        st = automat [st][symb_drzewa(*(drz.u.s.syn[0]))];
    }
    while (pierwszenstwo [szczyt_stosu()]
           [symb_drzewa(*(drz.u.s.syn[0]))] == rowne);
    drz.u.s.ntm = nterm_ze_stanu (st);
    na_stos (drz);
}
```

# Gramatyki z pierwszeństwem — podsumowanie

- Bezpośrednia *wstępująca* konstrukcja drzewa wyvodu z użyciem stosu.

# Gramatyki z pierwszeństwem — podsumowanie

- Bezpośrednia *wstępująca* konstrukcja drzewa wyvodu z użyciem stosu.
- **Zalety:**
  - prostota

# Gramatyki z pierwszeństwem — podsumowanie

- Bezpośrednia *wstępująca* konstrukcja drzewa wyvodu z użyciem stosu.
- **Zalety:**
  - prostota;
  - o wiele szybsze działanie i mniejsza zajętość pamięci niż w rozbiorach zstępujących

# Gramatyki z pierwszeństwem — podsumowanie

- Bezpośrednia *wstępująca* konstrukcja drzewa wyvodu z użyciem stosu.
- **Zalety:**
  - prostota;
  - o wiele szybsze działanie i mniejsza zajętość pamięci niż w rozbiorach zstępujących;
  - możliwość dobrej sygnalizacji błędów.

# Gramatyki z pierwszeństwem — podsumowanie

- Bezpośrednia *wstępująca* konstrukcja drzewa wyvodu z użyciem stosu.
- **Zalety:**
  - prostota;
  - o wiele szybsze działanie i mniejsza zajętość pamięci niż w rozbiorach zstępujących;
  - możliwość dobrej sygnalizacji błędów.
- **Wady:**
  - konieczność poprawienia gramatyki przez dodanie nowych nieterminali i produkcji — czasem bardzo wielu.